

Міністерство освіти та науки України
Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”

Моделювання виготовлення біметалу зі складною границею межі сплавлення

Виконала:

студентка 6 курсу групи ТР-61м

Перекіпська Оксана Василівна

Науковий керівник:

к. т. н., доц., Третяк Валерія Анатоліївна

Проблема моделювання динаміки температурного поля в процесі виготовлення біметалу

Проблеми моделювання

- врахування сплеску температур в області перфорації;
- врахування різницеvими схемами розривних параметрів при зміні агрегатного стану;
- побудова сітки з урахуванням складної границі середовищ ;
- врахування границі середовищ під час розрахунку.

Технологічний процес:

- ливарне виробництво.

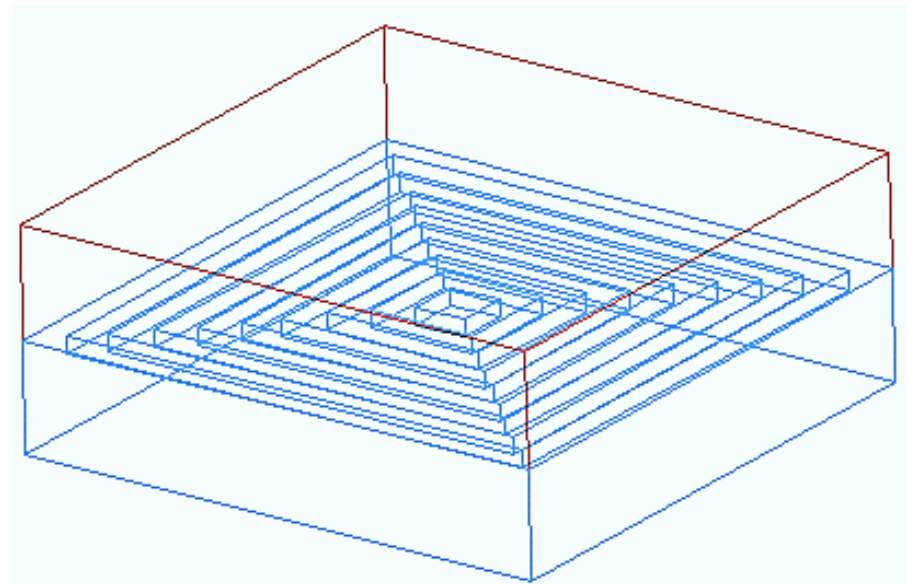


Рисунок 1 — Варіант форми підкладки з якими проводилися натурні дослідження

Мета дослідження

Полягає в розробці засобів та виявленні нових підходів проведення моделювання динаміки температурного поля під час виготовлення біметалу зі складною границею та знаходженні адекватної математичної моделі процесу.

Завдання дослідження

- проаналізувати проблему моделювання процесів теплообміну при сплавленні біметалів
- удосконалити спосіб апроксимації вузлів границі двох матеріалів, що дозволить забезпечити адекватність комп'ютерного моделювання даним, отриманим експериментально;
- реалізувати запропоновані методи та алгоритми на прикладі моделювання сплавлення біметалу із складною розрахунковою областю та створити відповідну програмну систему;
- визначити методи та параметри числових методів, за яких результати комп'ютерного моделювання відповідають експериментальним даним.

Об'єкт і предмет дослідження

Об'єктом дослідження є комп'ютерні інформаційні технології моделювання температурного поля.

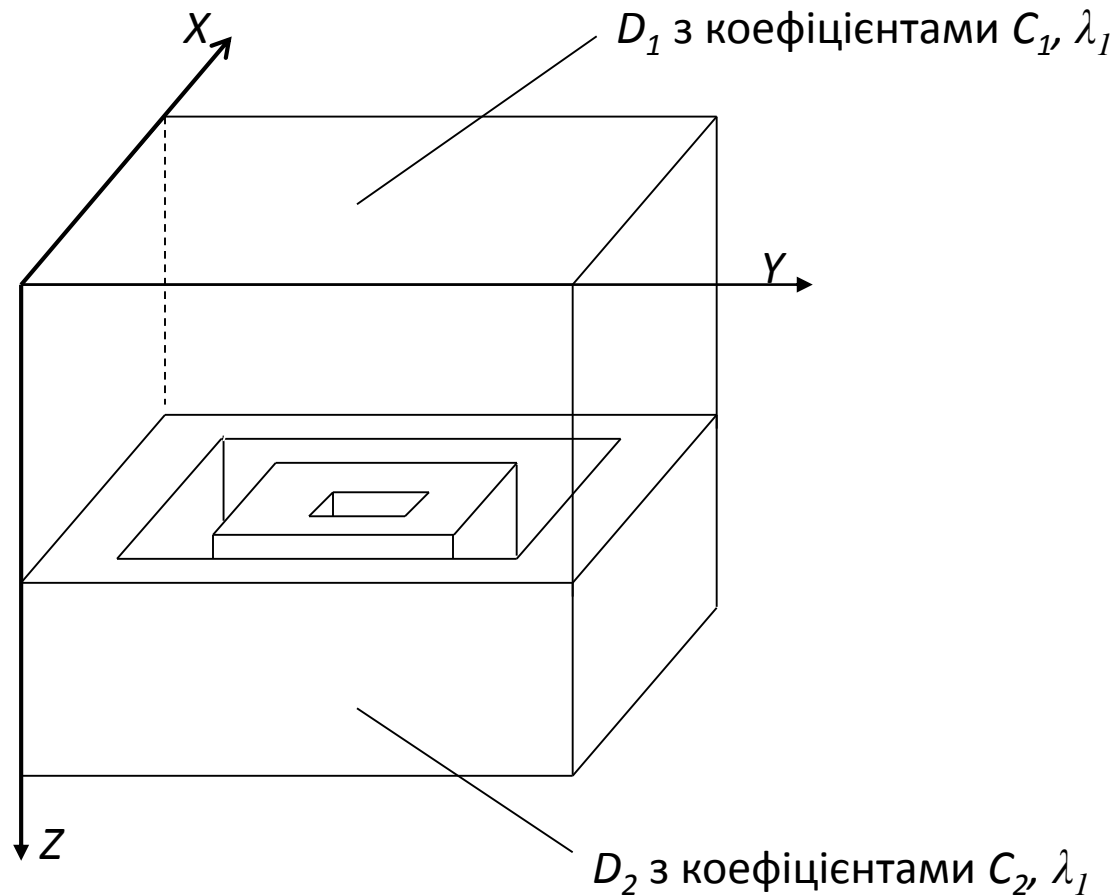
Предметом дослідження є комп'ютерні інформаційні технології моделювання динаміки температурного поля в процесі виготовлення біметалу зі складною границею сплавлення.

Наукова новизна одержаних результатів

- удосконалено спосіб моделювання температурного поля за рахунок використання методу двостороннього розрахунку, що дозволило в ході числових експериментів виявити перевищення початкової температури в області сплавлення при виготовленні біметалів без додаткового нагріву;
- набуло подальшого розвитку використання методів моделювання процесу теплообміну для відображення динаміки зміни температурного поля, в частині визначення методів та їхніх параметрів, що забезпечують адекватність комп'ютерного моделювання експериментальним результатам при виготовленні біметалів.

Методи та алгоритми моделювання температурного поля при сплавленні біметалу

Область моделювання



При моделюванні теплових процесів враховуються наступні припущення:

- коефіцієнти об'ємної теплоємності апроксимуються кусково-лінійними функціями;
- коефіцієнти теплопровідності матеріалів вважаються сталими;
- масоперенесення не враховується;

Рисунок 2 — Схематичне зображення області моделювання

Математична модель

Основне рівняння, яке описує процеси теплообміну всередині ОБ:

$$C(U, x, y, z) \frac{\partial U}{\partial t} = \lambda(x, y, z) \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right),$$

- де t — час;
- U — шукана функція (температура);
- $C(U, x, y, z)$ — коефіцієнт об'ємної теплоємності (КОТ);
- $\lambda(x, y, z)$ — коефіцієнт теплопровідності;
- x, y, z — просторові змінні.

Початкові умови в початковий момент часу:

$$U(x, y, z, 0) = U_1, \text{ для } (x, y, z) \in D_1$$

$$U(x, y, z, 0) = U_2, \text{ для } (x, y, z) \in D_2$$

Граничні умови взаємодії з середовищем:

$$\lambda \frac{\partial U}{\partial \bar{n}} \Big|_{\Omega} + \alpha(U) [U - U_c] = 0$$

де \bar{n} — нормаль до поверхні в точці (x, y, z) ;

$\alpha(U)$ — коефіцієнт теплообміну;

U_c — температура оточуючого середовища.

Схема розщеплення на межі середовищ. Метод двостороннього розрахунку

Рівняння в місці розриву по Oz:

$$\lambda \frac{\partial U(x, y, z_\zeta, t)}{\partial z} + \alpha(U(x, y, z_\zeta, t) + U_C) = 0$$

де ζ — межа середовищ.

З боку основи:

$$\lambda(\epsilon_{ij\zeta-1} - \epsilon_{ij\zeta}) + \alpha h_\zeta \epsilon_{ij\zeta} - \alpha h_\zeta \epsilon_{ij\zeta+1} = 0$$

З боку покриття:

$$\lambda(\epsilon_{ij\zeta+1} - \epsilon_{ij\zeta}) + \alpha h_{\zeta+1} \epsilon_{ij\zeta} - \alpha h_{\zeta+1} \epsilon_{ij\zeta-1} = 0$$

Рівняння для розрахунку
різничевої схеми:

$$(\lambda - \alpha h_{\zeta+1}) \epsilon_{ij\zeta-1} + (\alpha h_\zeta + \alpha h_{\zeta+1} - 2\lambda) \epsilon_{ij\zeta} + (\lambda - \alpha h_\zeta) \epsilon_{ij\zeta+1} = 0$$

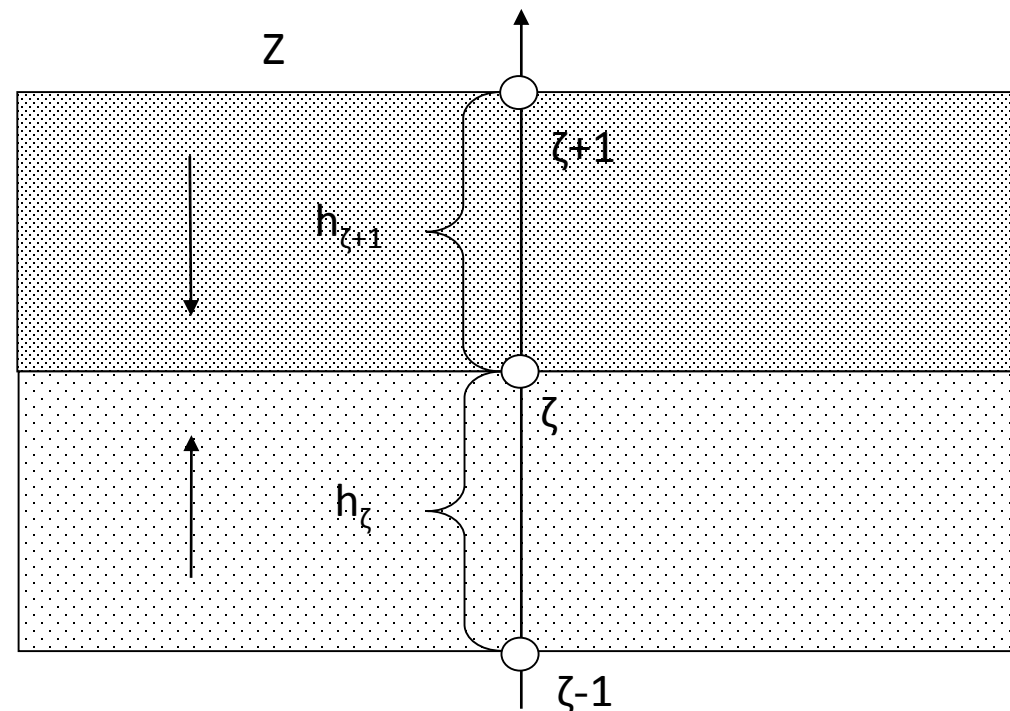


Рисунок 3 — Схема двостороннього розрахунку

Реалізація програмного засобу комп'ютерного моделювання виготовлення біметалу зі складною границею сплавлення

Схема взаємодії модулів

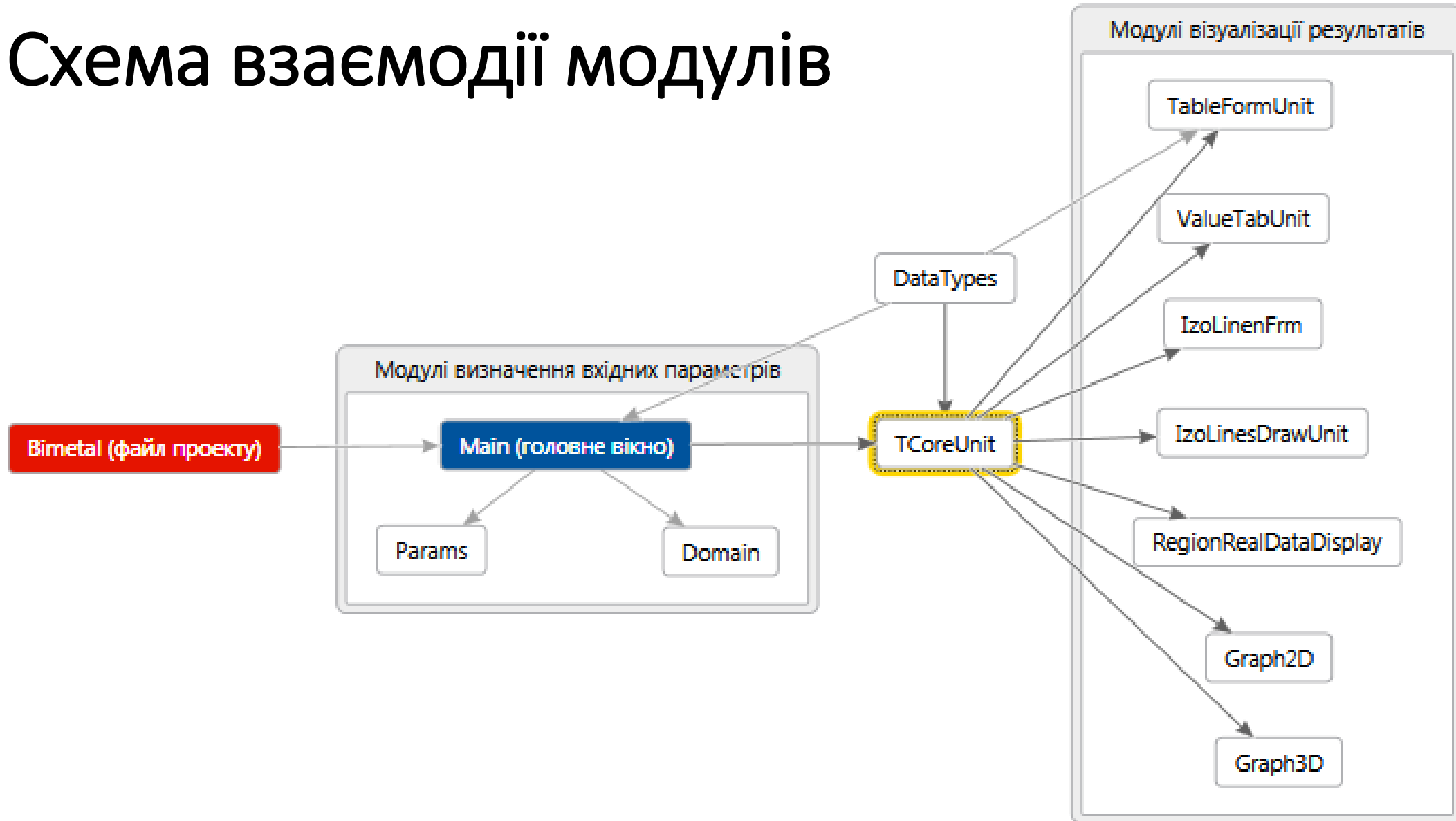


Рисунок 4 — Схематичне зображення взаємодії модулів

Розв'язання практичної задачі моделювання
виготовлення біметалу зі складною
границею сплавлення та аналіз методів

Розв'язання практичної задачі. Вхідні параметри

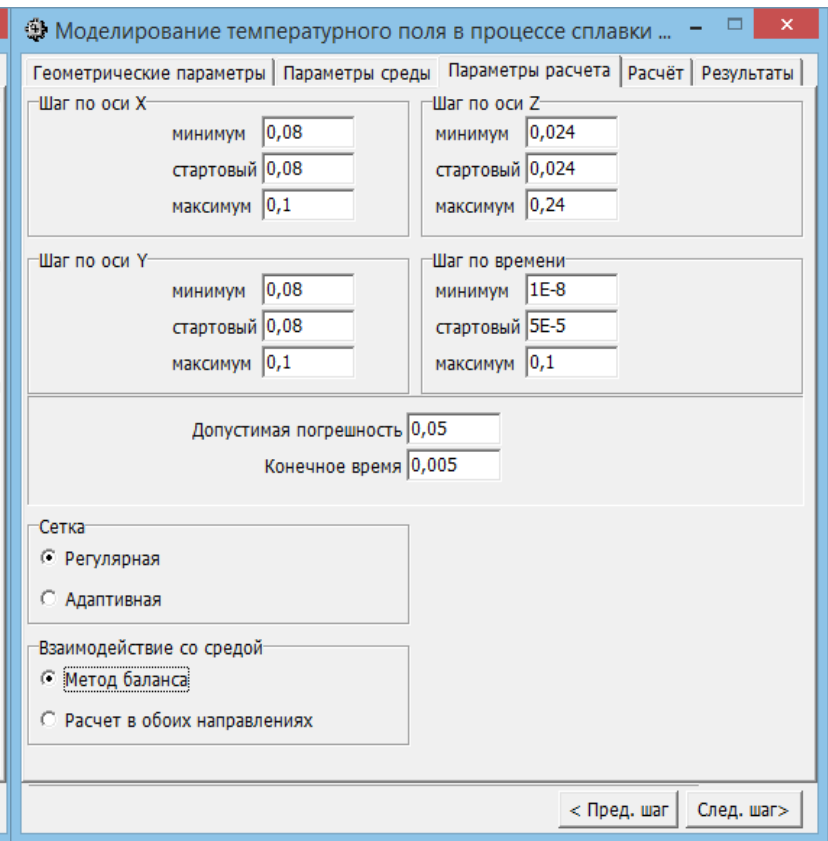
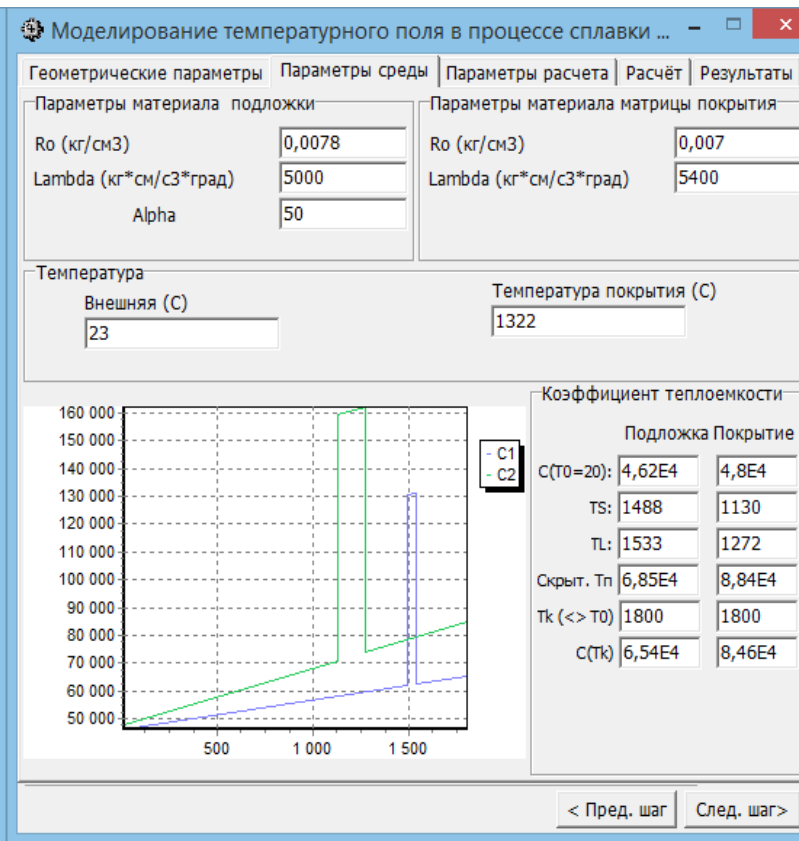
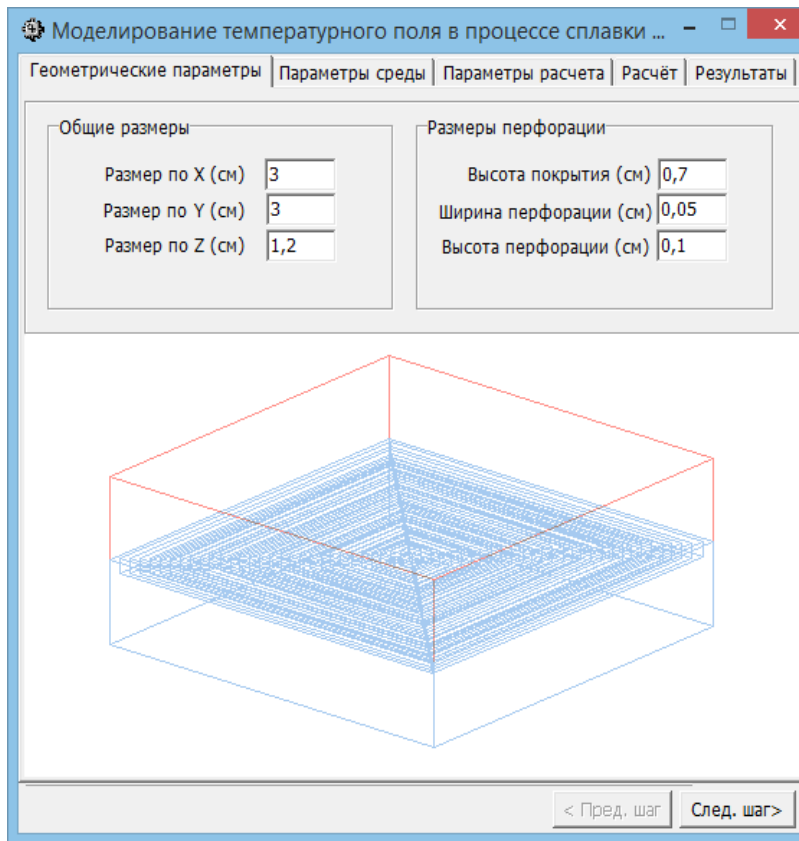


Рисунок 5 — Геометричні параметри

Рисунок 6 — Теплофізичні параметри

Рисунок 7 — Параметри розрахунку

Розв'язання практичної задачі. Результати моделювання.

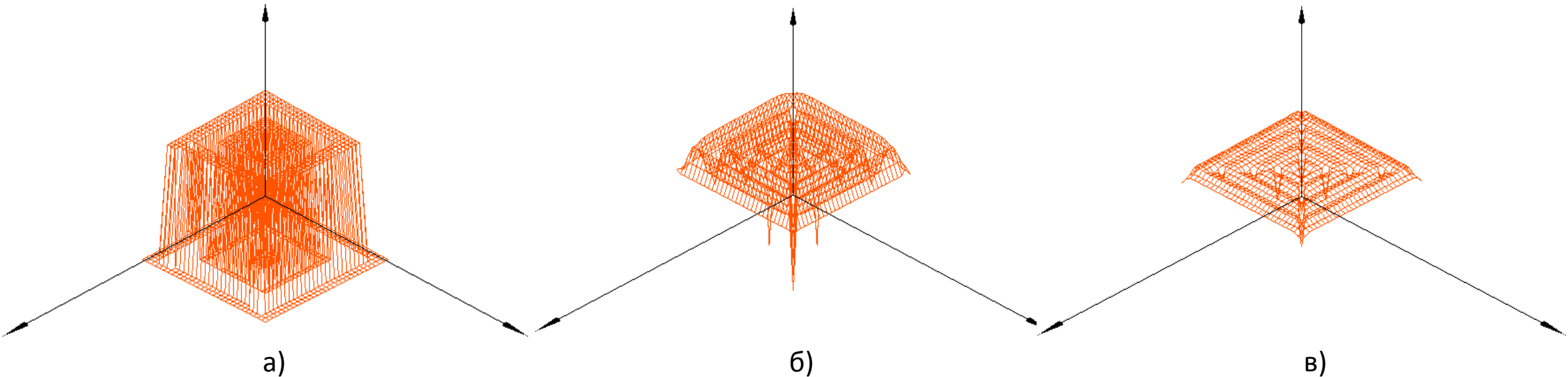
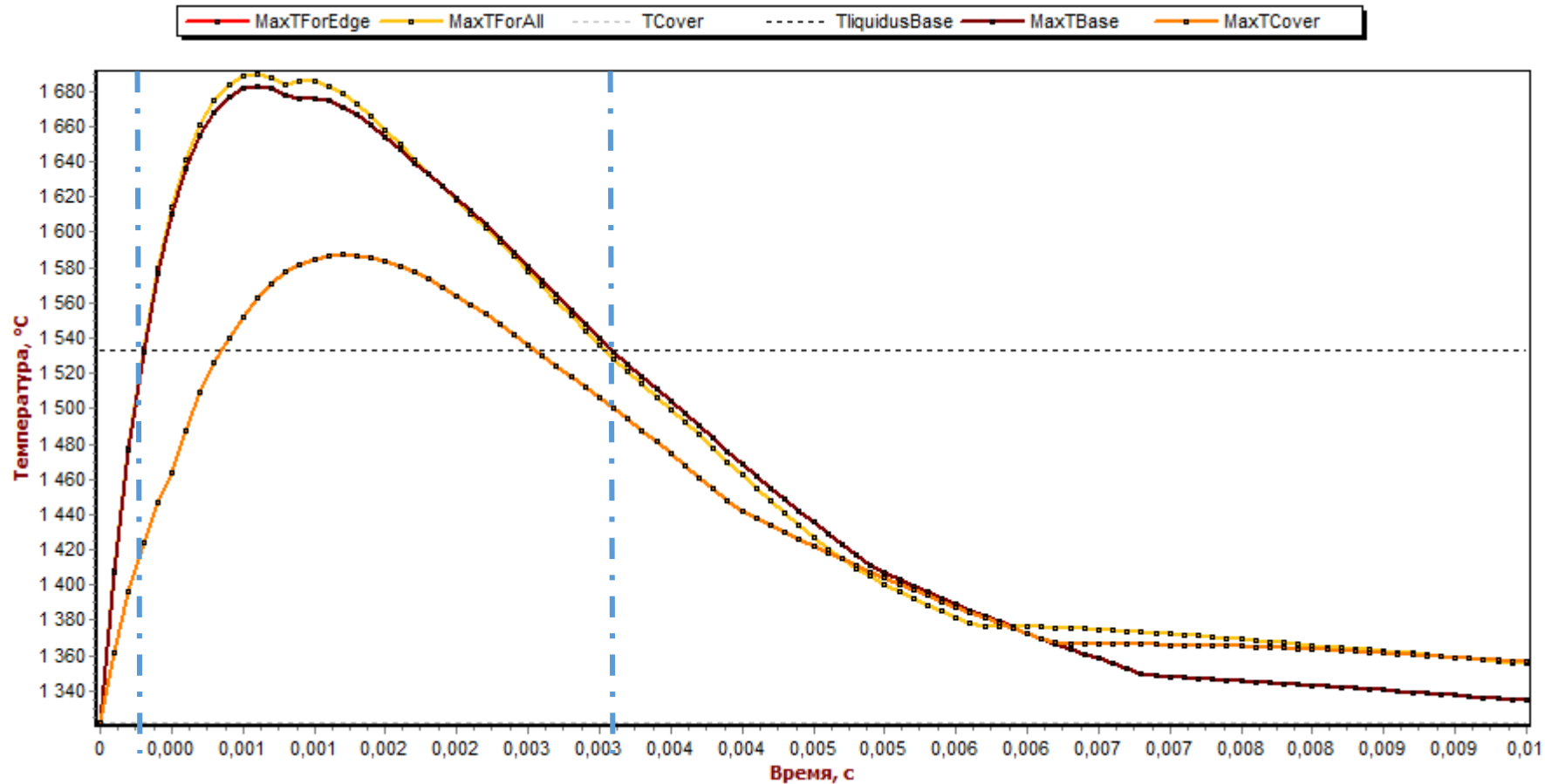


Рисунок 8 — Тривимірні графіки температурного поля на межі середовищ для трьох моментів часу а) 0.00 с, б) 0.003 с, в) 0.05 с

Розв'язання практичної задачі. Сплеск температур



Температура перевищує температуру плавлення підкладки (сталь3 $T_l = 1533^\circ\text{C}$) на проміжку від 0,00025 до 0,0036 с

Рисунок 9 — Графік максимальних температур на границях, підкладці та покритті

Розв'язання практичної задачі. Розподіл вузлів в яких відбувається плавлення

Распределение температур на плоскости XOY

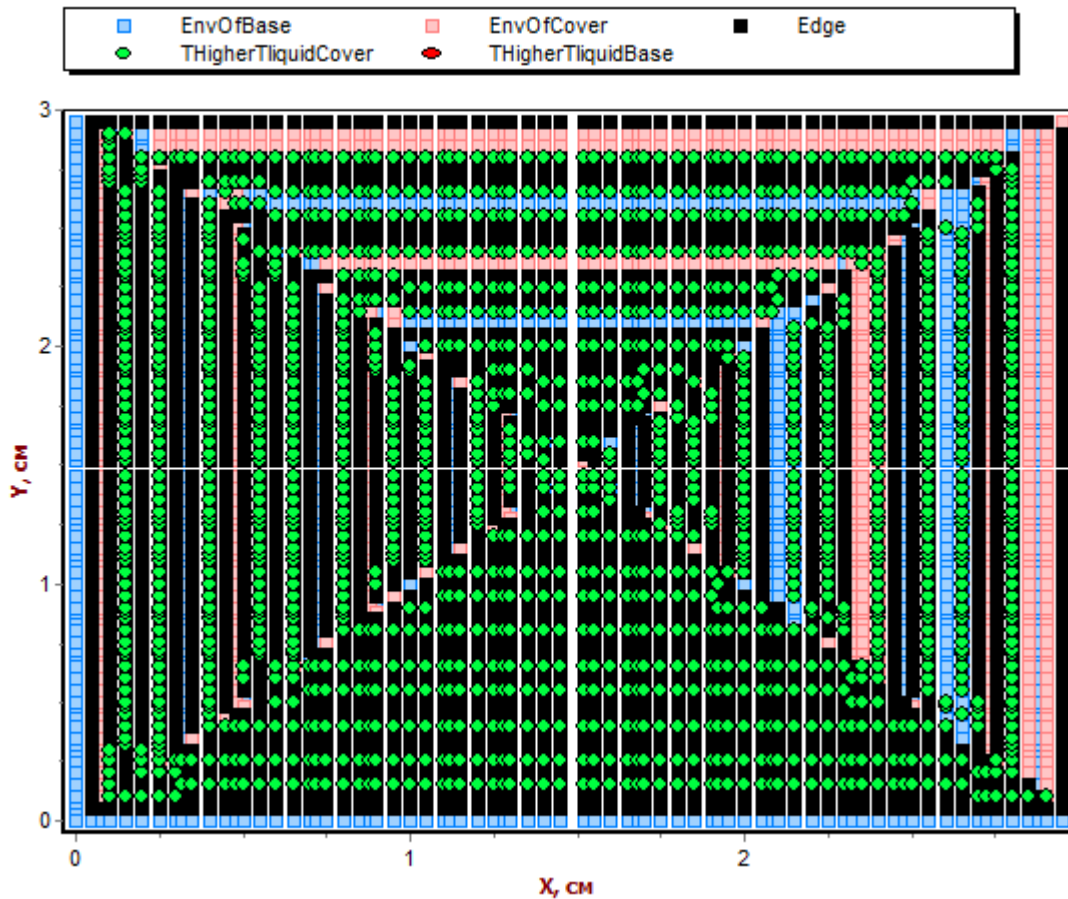


Рисунок 10 — Розподіл температур на 0,0002 с

Распределение температур на плоскости XOY

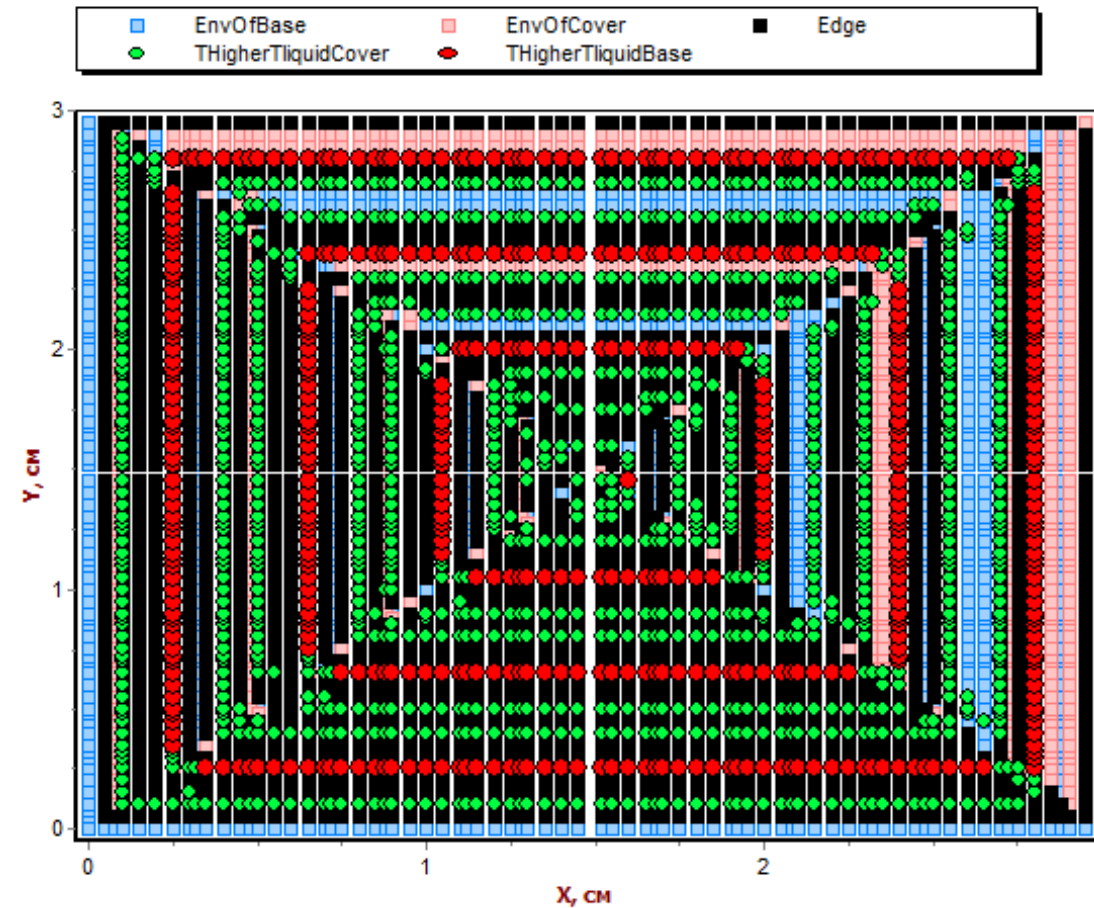
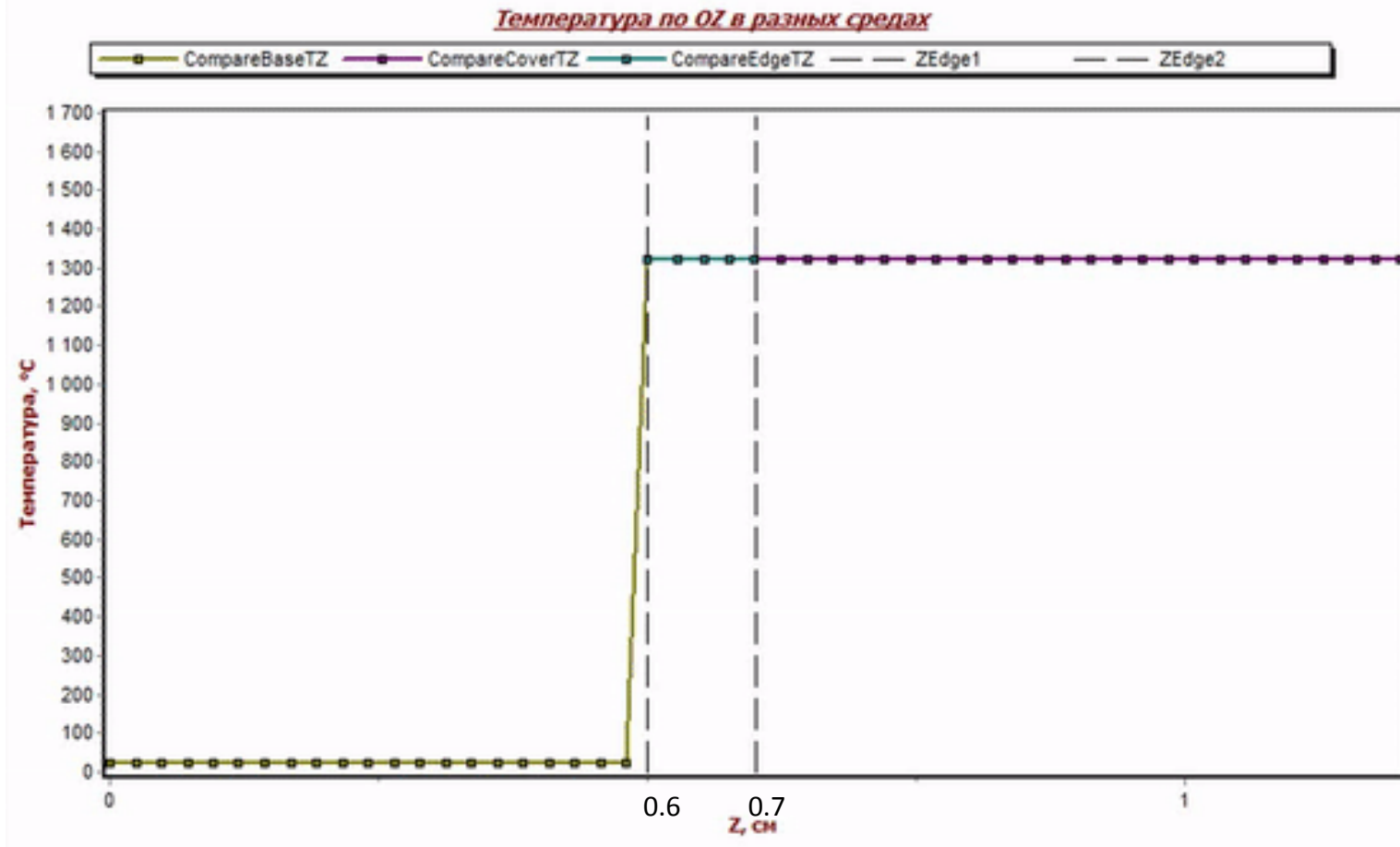


Рисунок 11 — Розподіл температур на 0,001 с 17 / 24

Розв'язання практичної задачі. Динаміка зміни максимальних температур вздовж осі Z



Впродовж модельного часу 0 – 0.01 с спостерігається сплеск температур на проміжку 0,00025 – 0.0036 с в вузлах що знаходяться на рівні перфорації (0.6 – 0.7 см)

Результати моделювання залежно від ширини перфорації

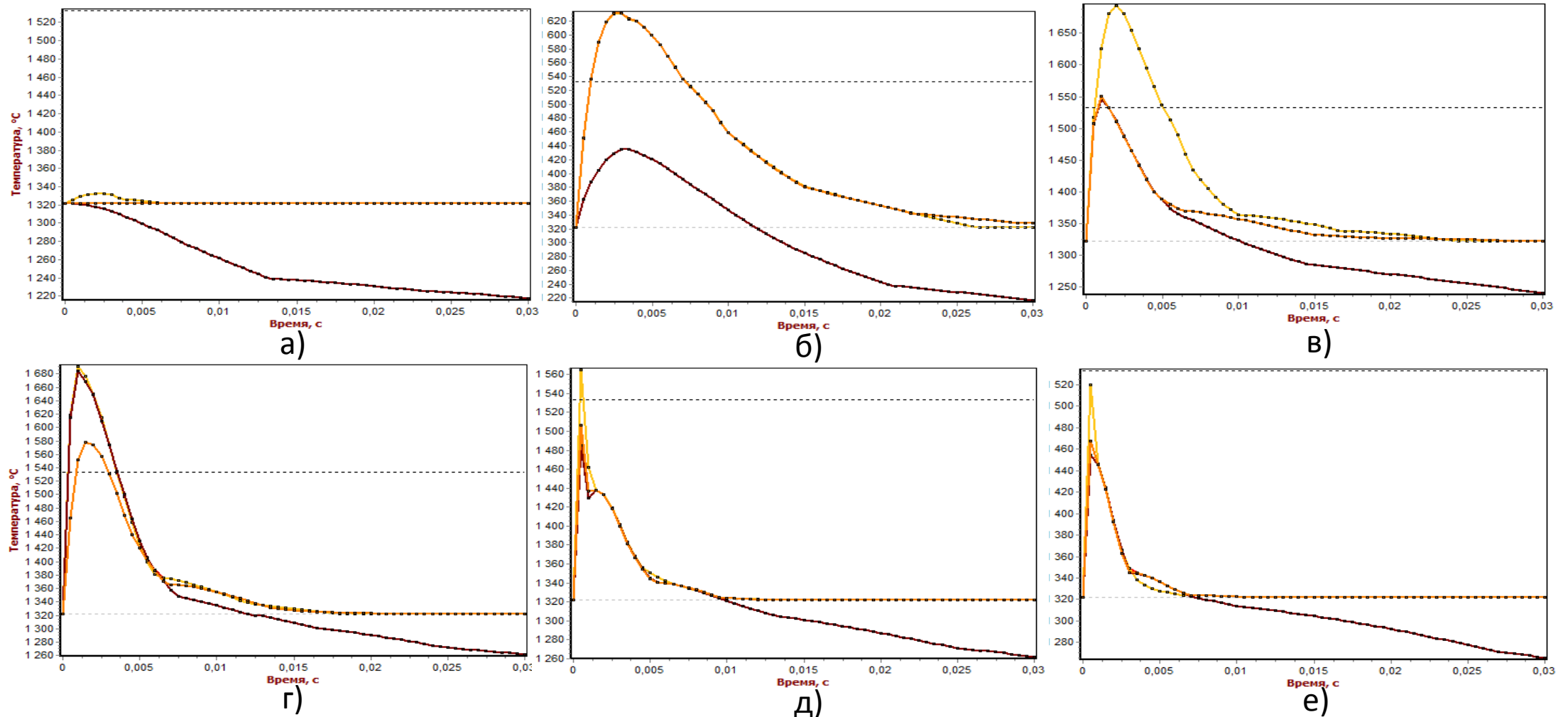
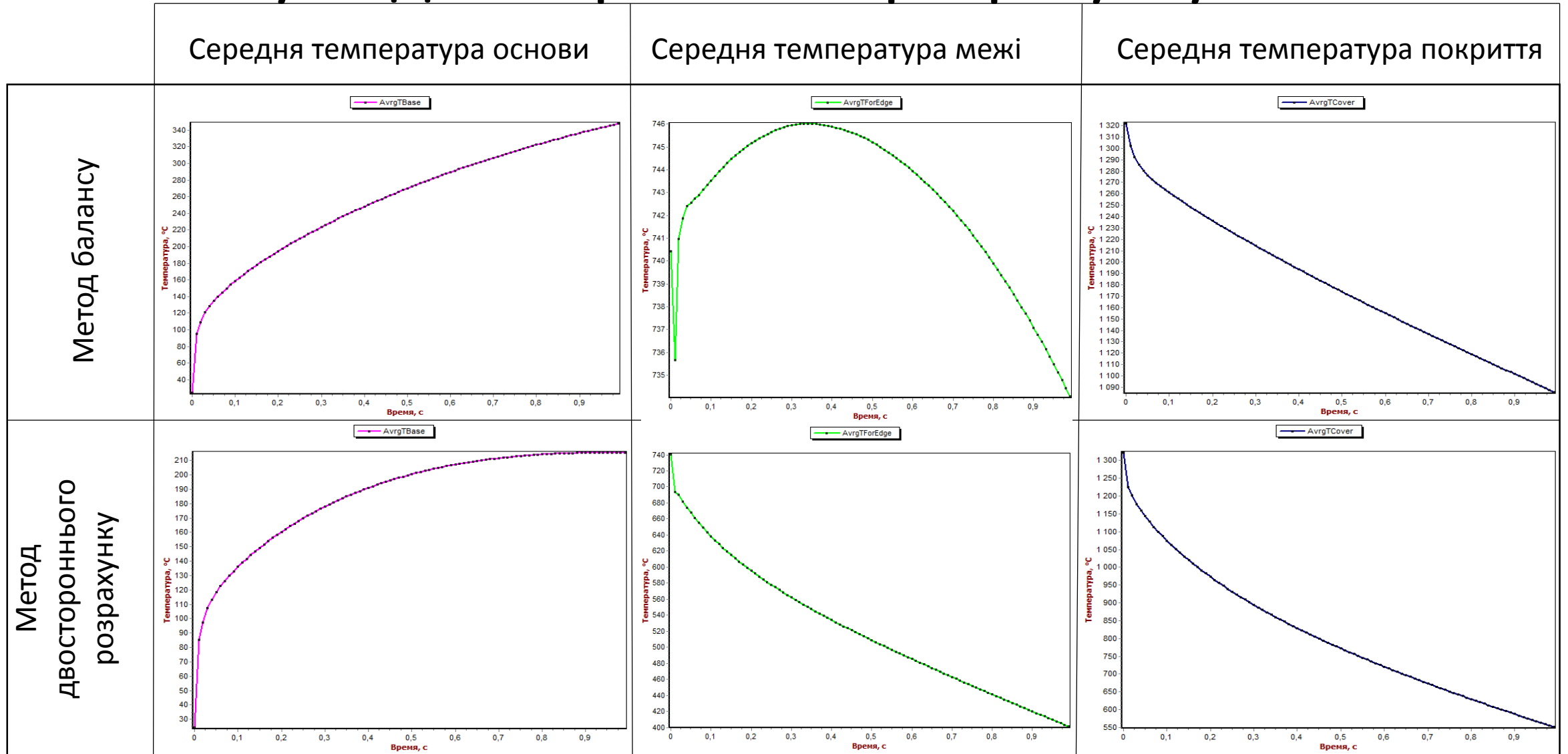


Рисунок 13 — Графіки максимальних температур для деталі розміром 3x3x1,2 см, перфорація глибиною 1 мм та шириною а) 1 мм, б) 0.9 мм, в) 0.7 мм, г) 0.5 мм, д) 0.4 мм, е) 0.3 мм

Порівняння результатів моделювання. Методи балансу та двостороннього розрахунку



Вплив коефіцієнта теплообміну на сплеск

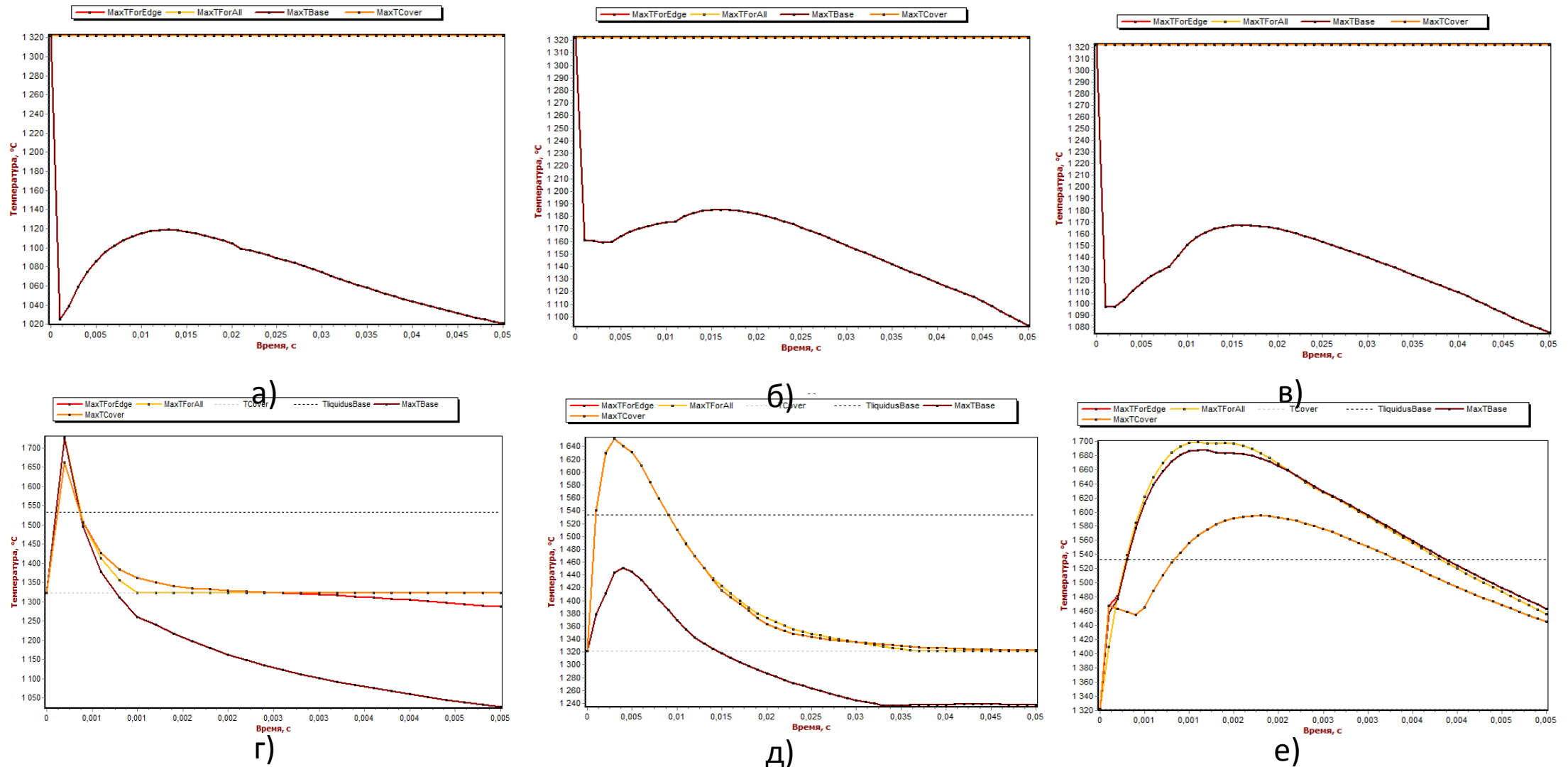


Рисунок 14 — Графіки максимальних температур для деталі розміром 3x3x1,2 см, перфорація глибиною 1 мм та шириною 0,05 мм, коефіцієнт α а) 1, б) 5, в) $5 \cdot 10^2$, г) $5 \cdot 10^3$, д) $5 \cdot 10^4$, е) $5 \cdot 10^8$ 21 / 24

Висновки

1. В результаті аналізу проблеми математичного моделювання процесів теплообміну, що включають фазові переходи, обрано математичну модель у вигляді тривимірного нелінійного нестационарного ДРЧП теплопровідності, що враховує взаємодію з середовищем на основі закону Ньютона-Нерса. Для реалізації моделі обрано метод скінченних різниць, з використанням методу наскрізного розрахунку для задач Стефана.
2. Удосконалено спосіб моделювання температурного поля за рахунок використання методу двостороннього розрахунку для апроксимації температури на межі двох матеріалів біметалу, що дозволило повторити результати експериментальних досліджень при комп'ютерному моделюванні, а саме спостерігати в області сплавлення перевищення температурою початкових значень і досягнення температури плавлення матеріалу основи.
3. Набуло подальшого розвитку використання методів моделювання процесу теплообміну для відображення динаміки зміни температурного поля, що дозволило визначити методи та їхні параметри, які забезпечують адекватність комп'ютерного моделювання експериментальним результатам при виготовленні біметалів. Встановлено, що метод балансу та метод двостороннього розрахунку (за деяких значень коефіцієнта взаємодії), дають можливість спостерігати «сплеск» температури в області границі двох матеріалів біметалу, за умови використання регулярної сітки; виявлено максимально припустимий для цього крок просторової.
4. Створено програмну систему комп'ютерного моделювання температурного поля в процесі виготовлення біметалу зі складною границею сплавлення, що може використовуватися інженерами, які займаються проектуванням технологічного процесу сплавлення біметалу з метою знаходження необхідних характеристик технологічного процесу.

Висновки

5. Результати комп'ютерного моделювання показали, що програма здатна виявити сплеск температури на межі середовищ при деяких заданих геометричних та теплофізичних параметрах, що дозволяє зробити висновок про адекватність обраної математичної моделі. Запропоновано візуалізацію результатів моделювання у вигляді графіків розподілу високих температур, графіків середніх та максимальних температур у вузлах різних середовищ, графік розподілу температур вздовж аплікати для більш ефективного аналізу результатів моделювання.
6. Досліджено вплив форми розрахункової області на динаміку розподілу температур, та виявлено параметри при яких присутній сплеск температур необхідний для сплавлення біметалу. В процесі дослідження встановлено, що найбільше на сплеск впливає ширина перфорації (при заданні цього параметру в певних межах спостерігається інтенсивне збільшення температури в області перфорації, що може приводити до плавлення підкладки).
7. Проаналізовано результати моделювання динаміки температурного поля при апроксимації граничних умов за допомогою методу балансу і двостороннього розрахунку в результаті чого виявлено, що при використанні двостороннього розрахунку, теплообмін з навколишнім середовищем йде швидше ніж при використанні методу балансу, проте, в загальному, динаміка температурного поля при використанні обох моделей є схожою, до того ж сплеск температур спостерігається в обох випадках. Отже, обидві моделі є адекватними.
8. Результати роботи в частині програмного забезпечення впроваджено у ТОВ "ІНОВЕЙШИН ДЕВЕЛОПМЕНТ ХАБ".

Дякую за увагу

Схема розщеплення на межі середовищ. Метод балансу

Рівняння в місці
розриву по Oz:

$$C(U, x, y, z) \frac{\partial}{\partial t} (U) = \frac{\partial}{\partial z} \lambda(x, y, z) \frac{\partial U}{\partial z}$$

Рівняння, у вигляді
системи:

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{\partial W}{\partial z}; \\ W = -\lambda(x, y, z) \frac{\partial U}{\partial z}, \end{cases}$$

де W – потік тепла, що є неперервним для даної задачі.

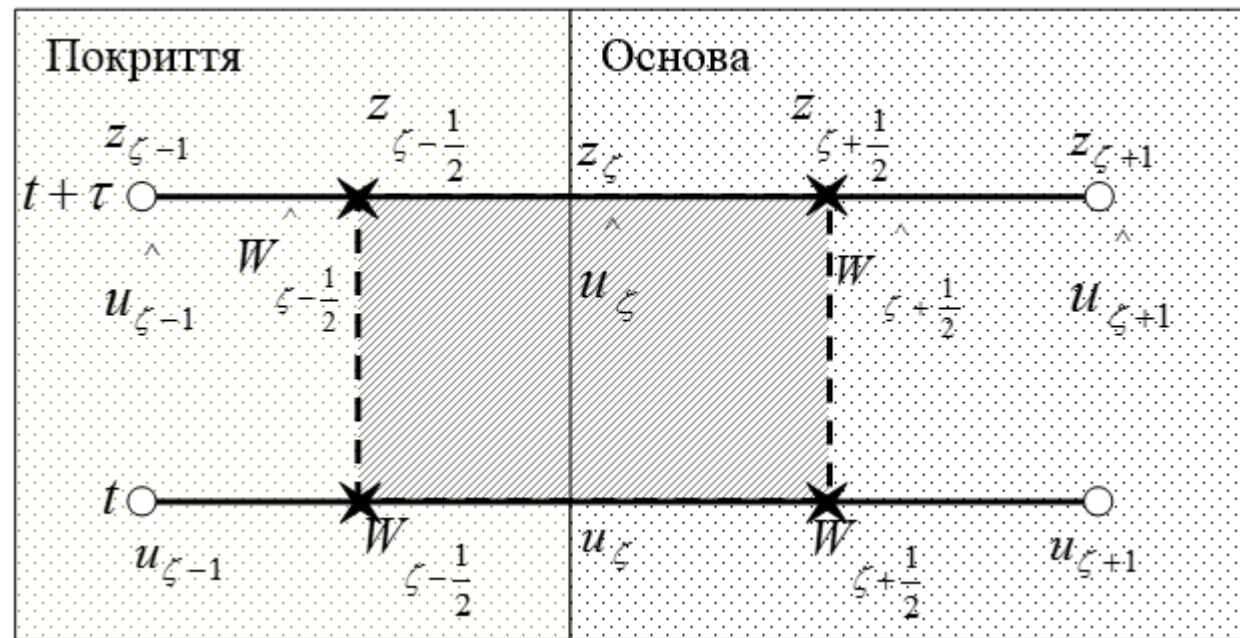


Рисунок 2 — Схема шаблону найкращої консервативної схеми

Апроксимація КОТ

Функції апроксимації КОТ:

$$C_2 = \kappa_2 U + b_2,$$

де κ_1, κ_2 – кутові коефіцієнти апроксимуючої функції для поверхні та підкладки, які обчислюються за двома значеннями КОТ для різних температур;

b_1, b_2 – вільні члени апроксимуючої функції КОТ, відповідно, обчислюються аналогічно кутовим коефіцієнтам.

$C(20)$ – значення коефіцієнта при звичайній температурі;

– інтервал плавлення/кристалізації;

L – прихована теплота плавлення;

– значення КОТ при деякій температурі ,

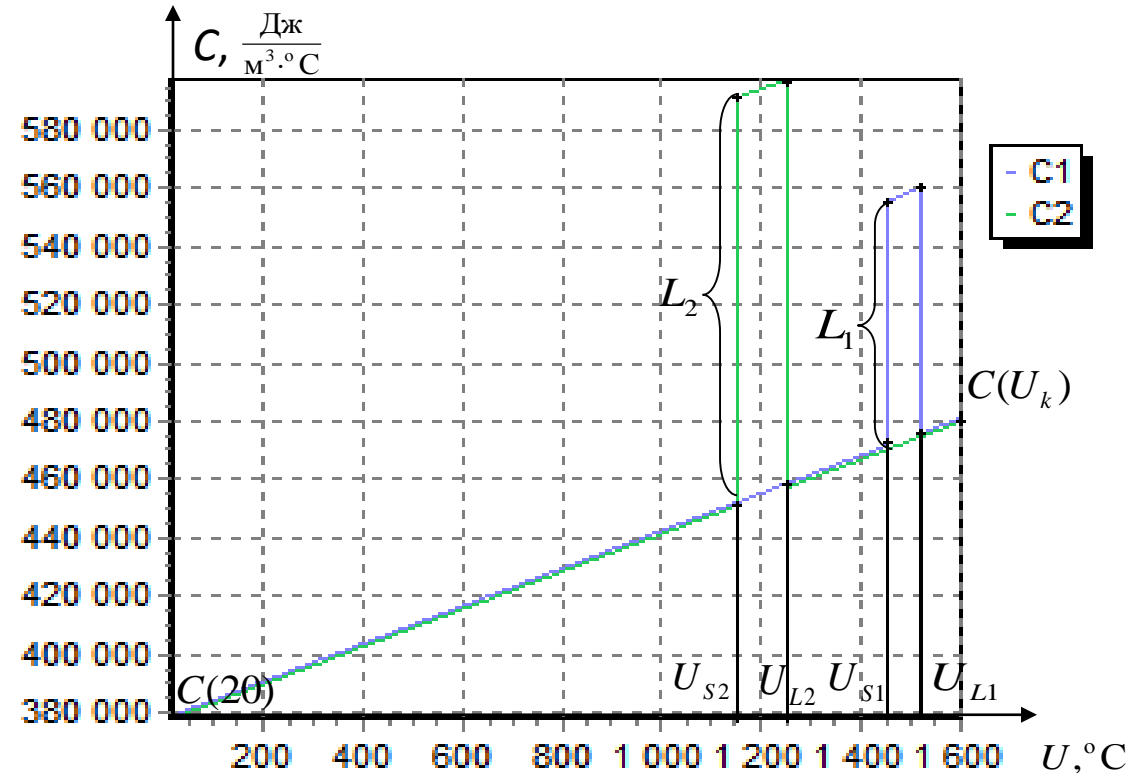


Рисунок 4 — Кусково-лінійна залежність КОТ поверхні та підкладки від температури

Лінеаризація. Двоциклічне по компонентне розщеплення на основі схеми Кранка-Ніколсона

Рівняння для δ -и етапів схеми розщеплення:

$$\frac{C(u^{k-1}) \cdot (u^{\frac{k-2}{3}} - u^{k-1})}{\tau} = \lambda \Lambda_1 \frac{u^{\frac{k-2}{3}} + u^{k-1}}{2}$$

$$\frac{C(u^{\frac{k-2}{3}}) \cdot (u^{\frac{k-1}{3}} - u^{\frac{k-2}{3}})}{\tau} = \lambda \Lambda_2 \frac{u^{\frac{k-1}{3}} + u^{\frac{k-2}{3}}}{2}$$

$$\frac{C(u^{\frac{k-1}{3}}) \cdot (u^k - u^{\frac{k-1}{3}})}{\tau} = \lambda \Lambda_3 \frac{u^k + u^{\frac{k-1}{3}}}{2}$$

$$\frac{C(u^k) \cdot (u^{\frac{k+1}{3}} - u^k)}{\tau} = \lambda \Lambda_3 \frac{u^{\frac{k+1}{3}} + u^k}{2}$$

$$\frac{C(u^{\frac{k+1}{3}}) \cdot (u^{\frac{k+2}{3}} - u^{\frac{k+1}{3}})}{\tau} = \lambda \Lambda_2 \frac{u^{\frac{k+2}{3}} + u^{\frac{k+1}{3}}}{2}$$

$$\frac{C(u^{\frac{k+2}{3}}) \cdot (u^{k+1} - u^{\frac{k+2}{3}})}{\tau} = \lambda \Lambda_1 \frac{u^{k+1} + u^{\frac{k+2}{3}}}{2}$$

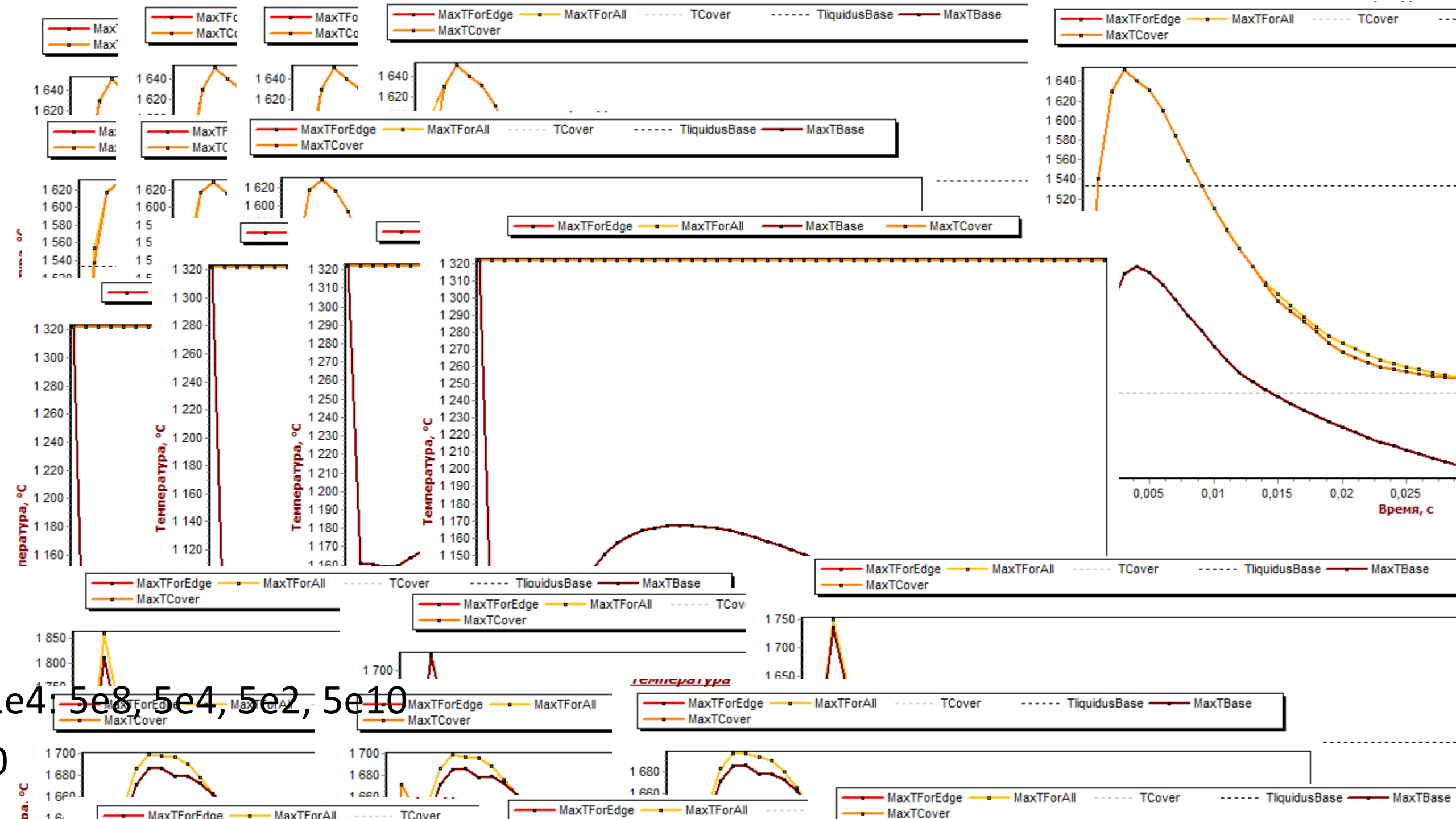
Система різницевих рівнянь відповідних аплікаті:

$$\begin{pmatrix} A_{\zeta,\zeta} & A_{\zeta,\zeta+1} \\ a_{\zeta+1,\zeta} & a_{\zeta+1,\zeta+1} & a_{\zeta+1,\zeta+2} \\ & \dots & \\ & & a_{m,m-1} & a_{m,m} & a_{m,m+1} \\ & & & \dots & \\ & & & & a_{n_3-1,n_3-2} & a_{n_3-1,n_3-1} & a_{n_3-1,n_3} \\ & & & & A_{n_3,n_3-1} & A_{n_3,n_3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{i,j,\zeta}^{k-2/3} \\ u_{i,j,\zeta+1}^{k-2/3} \\ \dots \\ u_{i,j,m}^{k-2/3} \\ \dots \\ u_{i,j,n_3-1}^{k-2/3} \\ u_{i,j,n_3}^{k-2/3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_\zeta \\ \beta_{\zeta+1} \\ \dots \\ \beta_m \\ \dots \\ \beta_{n_3-1} \\ B_{n_3} \end{pmatrix}$$

де $i=0,1,\dots,n1, j=0,1,\dots,n2$;

A та B — позначають елементи, що відповідають граничним умовам;

α та β — позначають елементи внутрішніх рівнянь.



Інтерфейс системи

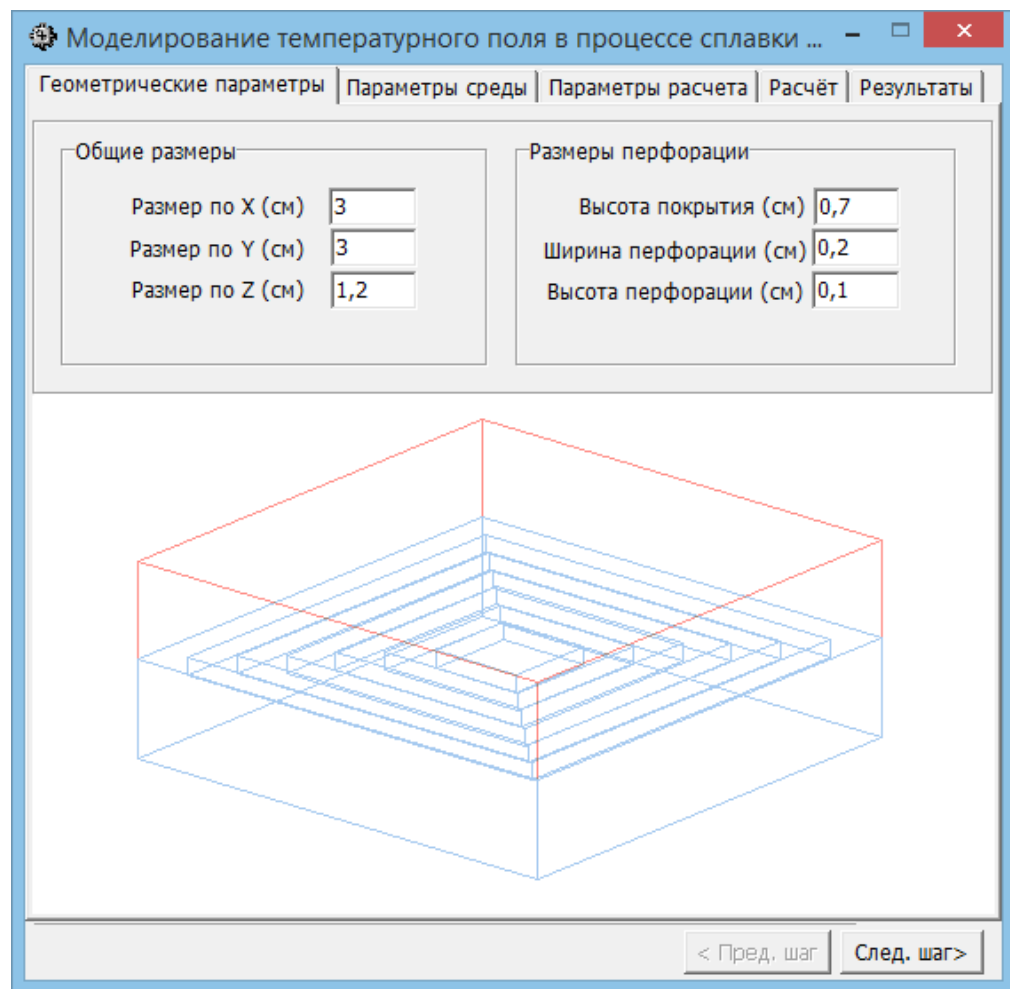


Рисунок 6 — Вкладка для вводу геометричних параметрів

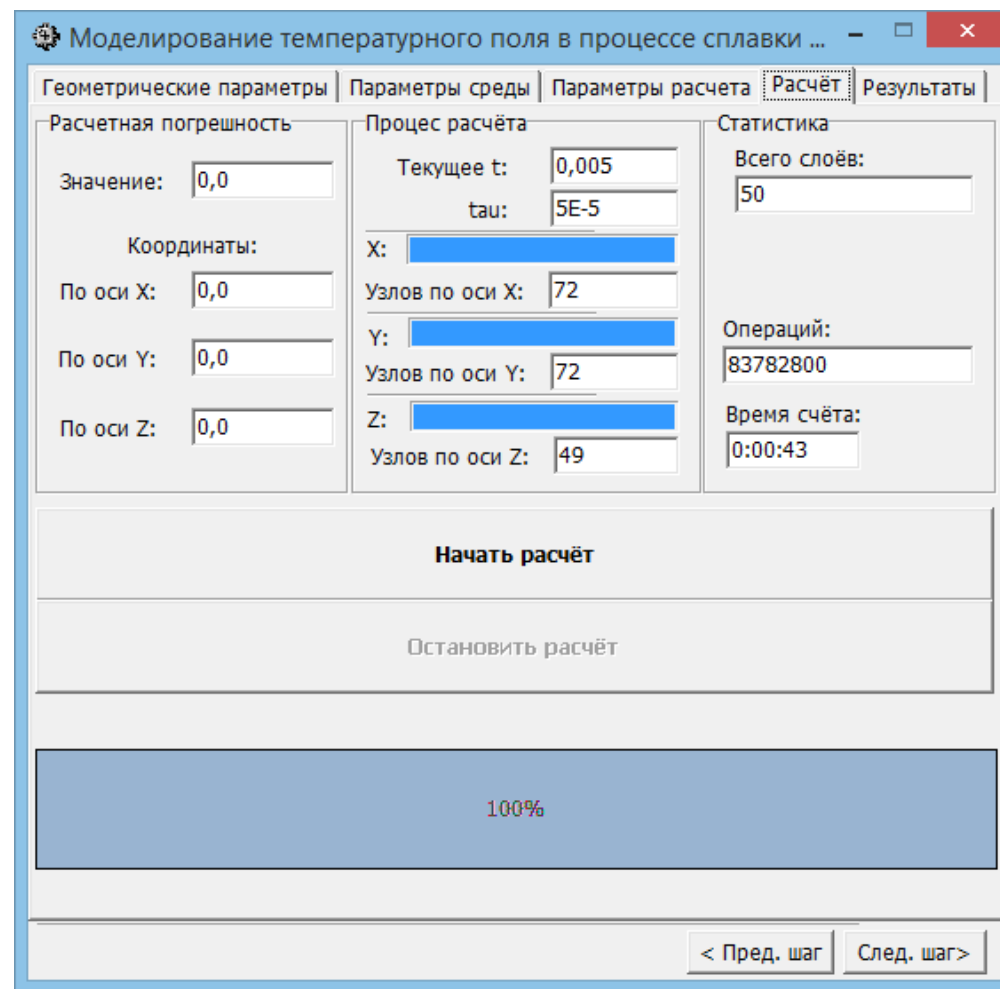


Рисунок 7 — Вкладка на якій виконується розрахунок