НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
"КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ"

Дипломна робота магістра
на тему:

«Формування поверхонь на основі кривих за Піфагором»

Виконала:
студентка 6-го курсу гр. ТР-61М Мельник О.В.
Керівник:
проф., д.т.н. Аушева Н.М.

Київ – 2018

Метою дослідження є створення теоретичної та алгоритмічної бази для геометричного моделювання кривих та поверхонь на основі кривих за годографом Піфагором.

Об'єктом дослідження є інформаційні технології геометричного моделювання.

Предметом дослідження є інформаційні технології геометричного моделювання поверхонь на основі кривих за Піфагором.

Методи дослідження. Розв'язання поставлених задач виконувались з використанням наступних методів:

- метод Ріда Фароуки для побудови PH-кривих;
- метод Без'є для побудови кривих;
- метод Катмулл-Рома для побудови кривих на основі фундаментального сплайну;
- метод Без'є для побудови сіток.

Наукова новизна одержаних результатів.

Найбільш суттєвими науковими результатами магістерської дисертації є:

– удосконалено спосіб моделювання дробово-раціональних кривих за годографом Піфагора за рахунок виведення залежності для точкового каркасу кривої, що призвело до можливості задання довжини дуги кривих;

– удосконалено спосіб моделювання кривих на основі фундаментального сплайну, що призвело до можливості моделювання кривих із заданою довжиною;

– удосконалено метод для побудови бікубічної порції Без’є за рахунок застосування кривих із заданою довжиною;

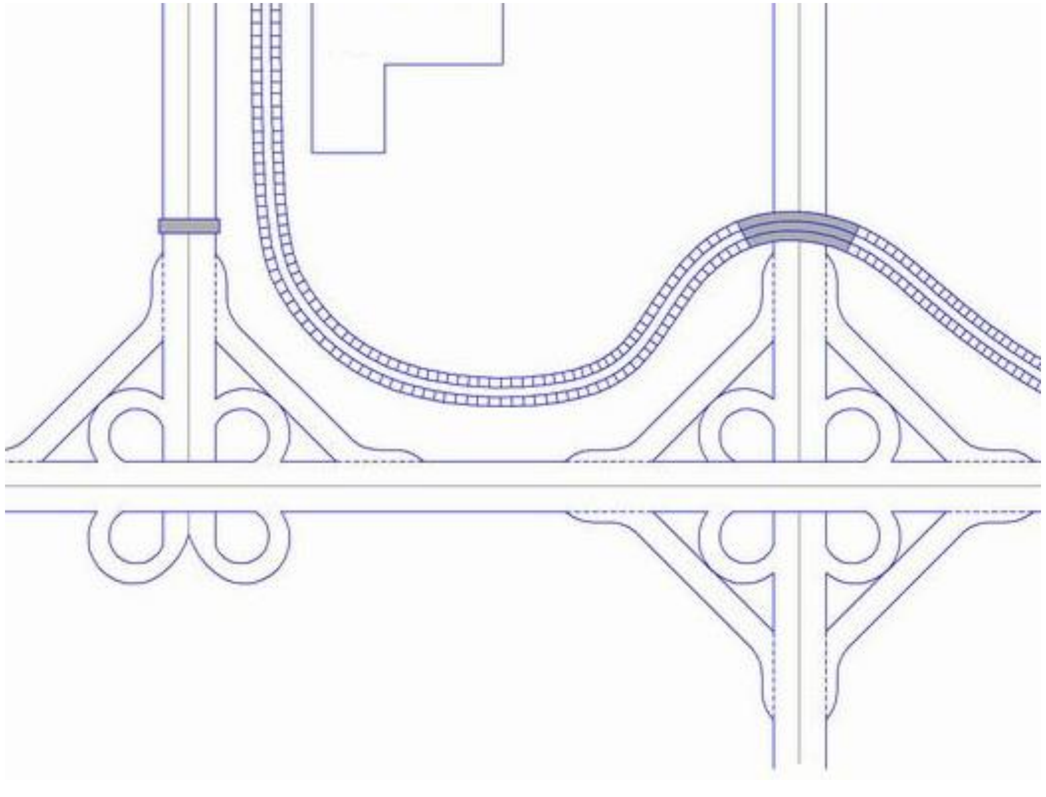
– набуло подальшого розвитку використання методів геометричного моделювання для побудови кривих із заданою довжиною.

Практичне значення одержаних результатів

Практичне значення одержаних результатів роботи полягає в розробці системи моделювання кривих та поверхонь за годографом Піфагора із заданням довжини дуги, що спрощує роботу спеціалістів з технічних конструкцій, виготовлених із листового матеріалу.

Актуальність теми

У задачах, які виникають при розробці технічних об’єктів, часто необхідно моделювати криві та поверхні із заданою довжиною, наприклад у задачах згинання листового матеріалу, проектуванні дорожніх конструкцій, моделюванні викрийок технічних деталей тощо.

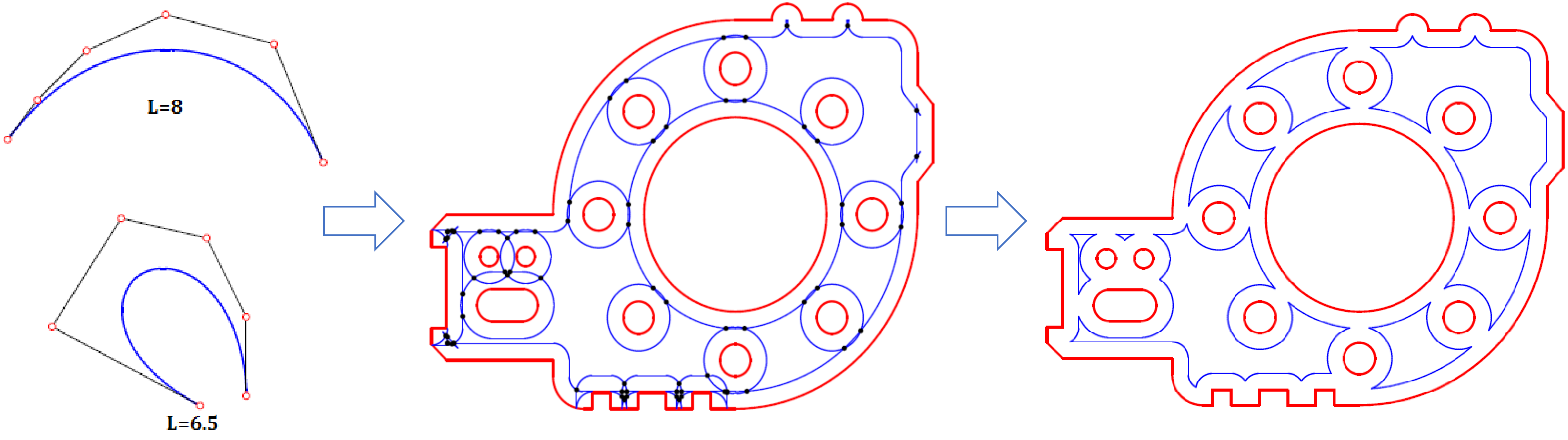


1. СУЧАСНІ ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ ТА СИСТЕМ МОДЕЛЮВАННЯ КРИВИХ ТА ПОВЕРХОНЬ ЗІ СТАЛИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

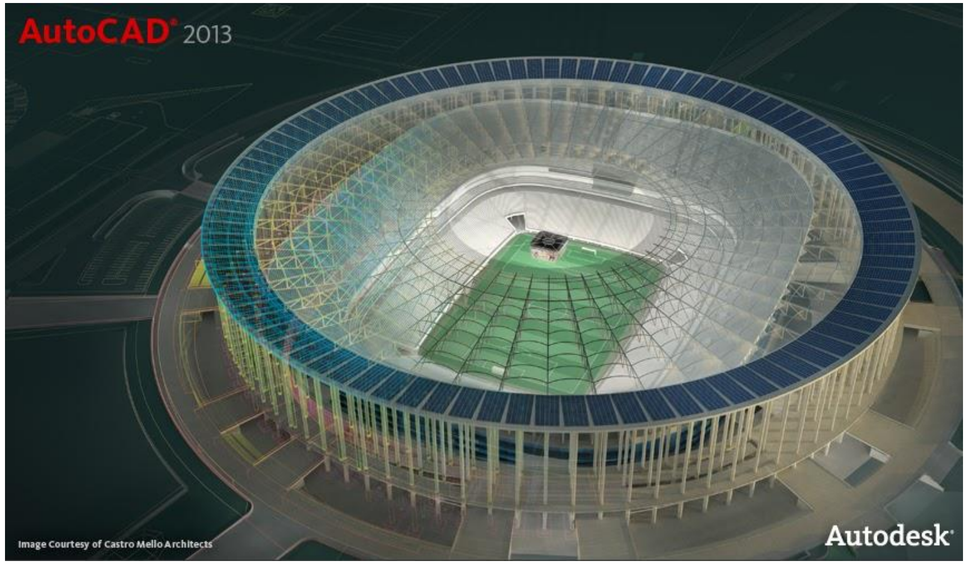
1.1. Дослідження сучасних методів моделювання кривих та поверхонь зі сталими характеристиками

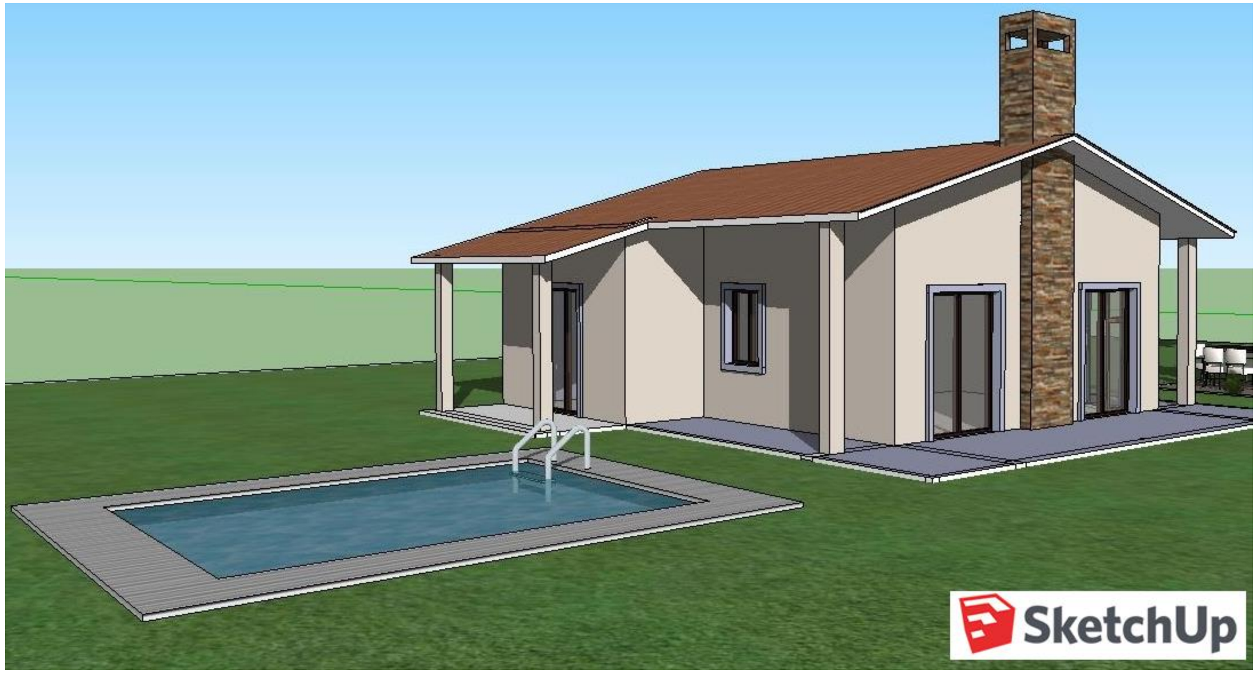
До сталих характеристик, що характеризують криві та поверхні, відносять:

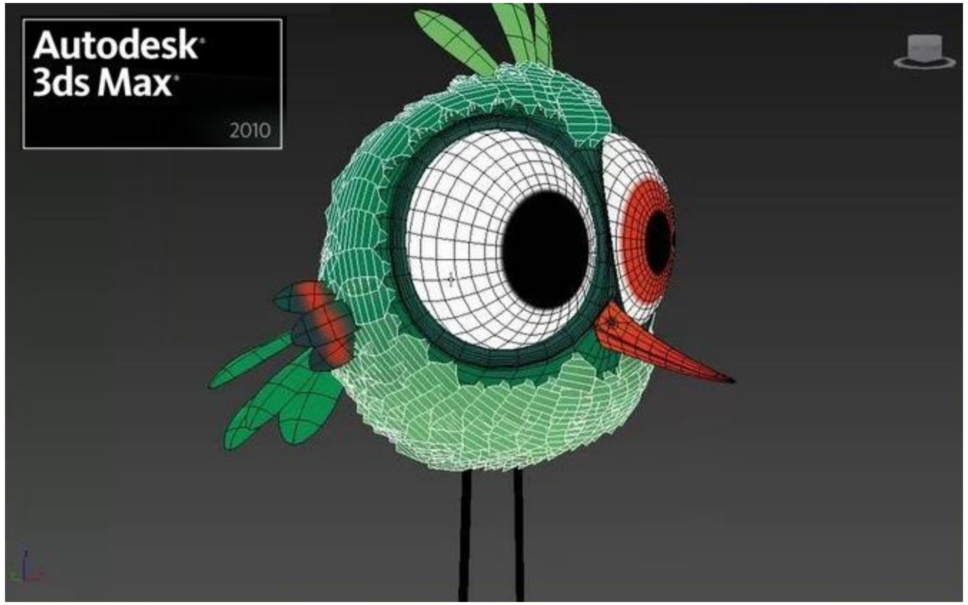
1) довжину дуги — метод Ріда Фароуки;
2) кривину дуги — метод натурального рівняння кривої.

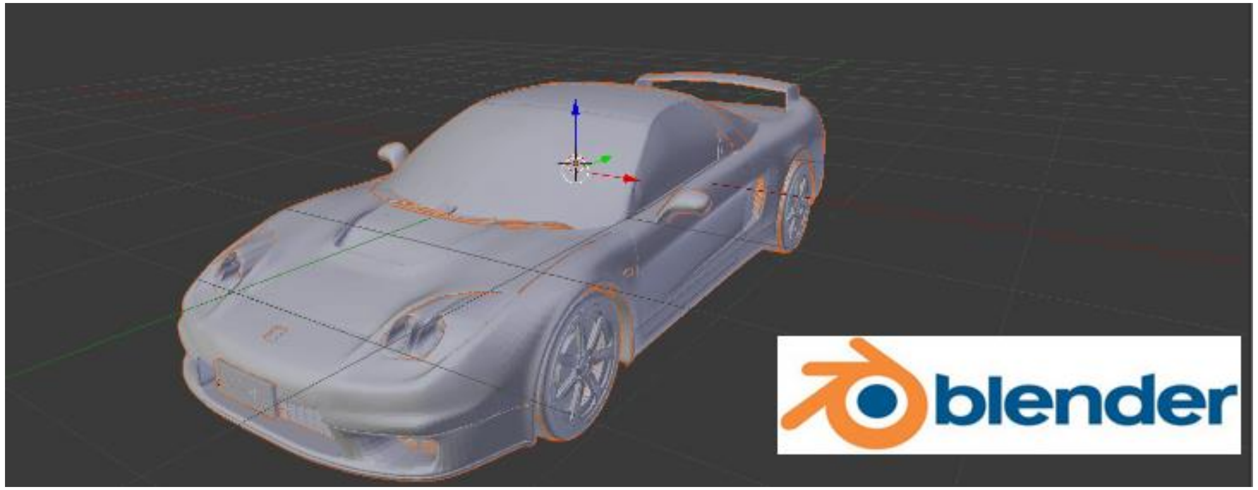


1.2. Огляд програмних рішень для моделювання кривих та поверхонь зі сталими характеристиками









2. МОДЕЛЮВАННЯ КРИВИХ ТА ПОВЕРХОНЬ ЗА ГОДОГРАФОМ ПІФАГОРА

Визначення: Плоска крива $r(t)=[x(t) \quad y(t)]$ буде кривою за годографом Піфагора (PH-крива) тоді і тільки тоді, коли годограф(похідні) від $r(t)$ пов'язані наступним співвідношенням:

$$|r'(t)|^2 = x'(t)^2 + y'(t)^2 = \sigma(t)^2,$$

де $r(t)=\{x(t), y(t)\}$ — PH-крива, $\sigma(t)$ — деякий многочлен.

$$x'(t) = w(t)(u(t)^2 - v(t)^2),$$
$$y'(t) = 2w(t)u(t)v(t),$$

де $\boldsymbol{u(t), v(t), w(t)}$ — визначені поліноми.

Згідно **умови Піфагора**, PH-крива буде задовільняти залежності: $x'(t)^2 + y'(t)^2 = (u(t)^2 + v(t)^2)^2$

Довжина дуги кривої заданої параметрично, знаходиться за формулою: $L = \int_0^1 \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2}\,dt$

$$L = \int_0^1 \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2}\,dt = \int_0^1 \sqrt{(u(t)^2 + v(t)^2)^2}\,dt = \int_0^1 u(t)^2 + v(t)^2\,dt$$

2.1. Моделювання PH-кривих на основі кривих Без’є

В загальному вигляді крива Без’є задається рівнянням: $P_i^n(t)=\sum_{i=0}^{n}\binom{n}{i}\cdot(1-t)^{n-i}\cdot t^i\cdot P_i(t)$,

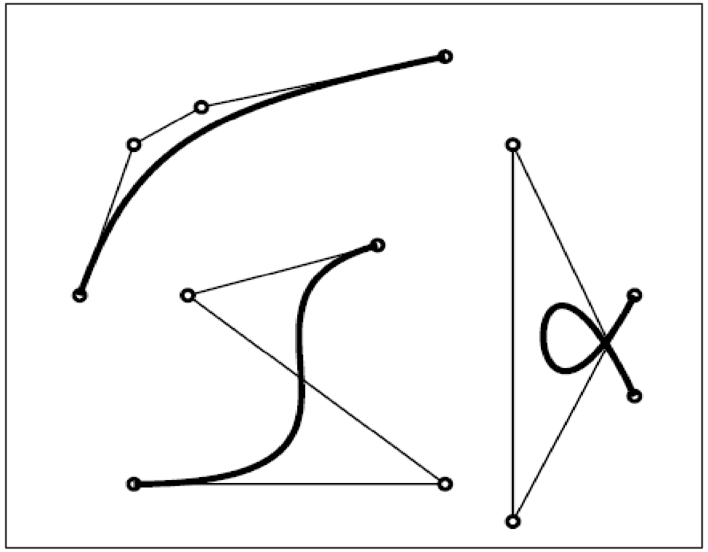
де P_i — точки заданого точкового каркасу, n — порядок кривої, $0\le t\le 1$

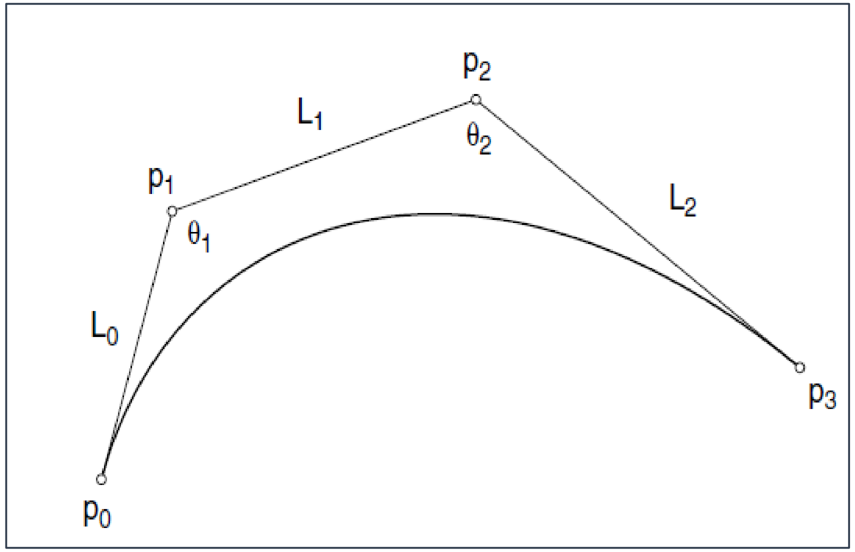
Для кривої Без’є третього порядку будемо мати: $P(t)=(1-t)^3\cdot P_0(t)+3t(1-t)^2\cdot P_1(t)+3t^2(1-t)\cdot P_2(t)+t^3\cdot P_3(t)$

Для кубічної кривої задамо $u(t),v(t)$ у вигляді лінійних поліномів:

$$u(t)=a_0+a_1t,$$
$$v(t)=b_0+b_1t,$$

де $a_0,\ a_1,b_0,b_1$ — довільні числа.





$$P_1=P_0+\frac{(a_0^2-b_0^2;2a_0b_0)}{3},$$
$$P_2=P_1+\frac{(a_0a_1-b_0b_1;a_0b_1+a_1b_0)}{3},$$
$$P_3=P_2+\frac{(a_1^2-b_1^2;2a_1b_1)}{3}$$

2.2. Моделювання PH-кривих на основі фундаментальних сплайнів

Фундаментальний сплайн третього порядку задається рівнянням:

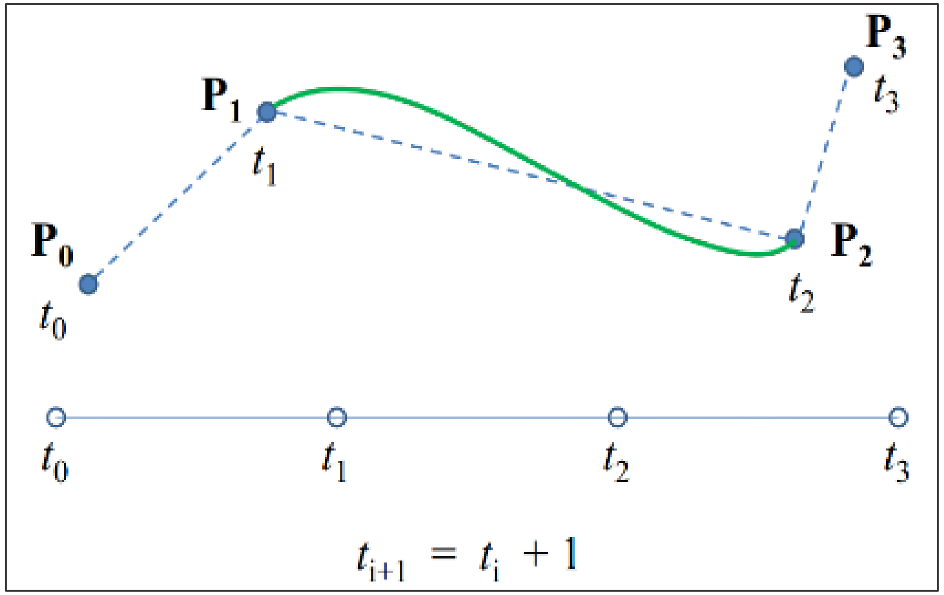
$$P(u) = [(P_{k+1} - P_{k-1})(t^3 - 2t^2 + t) + (P_{k+2} - P_k)(t^3 - t^2)]s + [P_k(2t^3 - 3t^2 + 1) + P_{k+1}(-2t^3 + 3t^2)],$$

де P_i — точки заданого точкового каркасу, $0 \le t \le 1$, $s = \frac{1-u}{2}$, u — параметр натягу сплайну.

Для $u = 0$ маємо різновид фундаментального сплайну, а саме сплайн Катмалл-Рома (Catmull-Rom slines).

Для фундаментального сплайну задамо $u(t), v(t)$ у вигляді лінійних поліномів:

$$u(t) = a_0 + a_1 t,$$
$$v(t) = b_0 + b_1 t,$$



$$x_{k+1} = \frac{a_0^{\,2} - b_0^{\,2}}{s} + x_{k-1}, y_{k+1} = \frac{2a_0 b_0}{s} + y_{k-1},$$

$$x_k = x_{k+1}(1-s) + s x_{k-1} - a_0 a_1 + b_0 b_1 - \frac{a_1^{\,2} - b_1^{\,2}}{3},$$

$$y_k = y_{k+1}(1-s) + s y_{k-1} - a_0 b_1 - a_1 b_0 - \frac{2a_1 b_1}{3},$$

$$x_{k+2} = \frac{a_1^{\,2} - b_1^{\,2}}{3s} - (1 - \frac{2}{s}) x_{k+1} - (\frac{2}{s} - 1) x_k + x_{k-1},$$

$$y_{k+2} = \frac{2a_1 b_1}{3s} - (1 - \frac{2}{s}) y_{k+1} - (\frac{2}{s} - 1) y_k + y_{k-1}$$

2.3. Моделювання РН-кривих на основі кривих в дробово-раціональному вигляді

В загальному вигляді крива задається рівнянням: $P_i^n(t) = \dfrac{\sum_{i=0}^{n} w_i \cdot B_i^n(t) \cdot P_i}{\sum_{i=0}^{n} w_i \cdot B_i^n(t)}$,

де $B_i^n(t) = \dfrac{n!}{i!(n-i)!} t^i (1-t)^{n-i}$ — базисні функції, відомі також як поліноми Бернштейна,

w_i — вага кожної точки, $0 \le t \le 1$

Умови, за якими дробово-раціональна крива може бути РН-кривою:

$$x'(t) = \frac{[a^2(t) - b^2(t)] \cdot c(t)}{w^2(t)},$$

$$y'(t) = \frac{2a(t)b(t)c(t)}{w^2(t)}$$

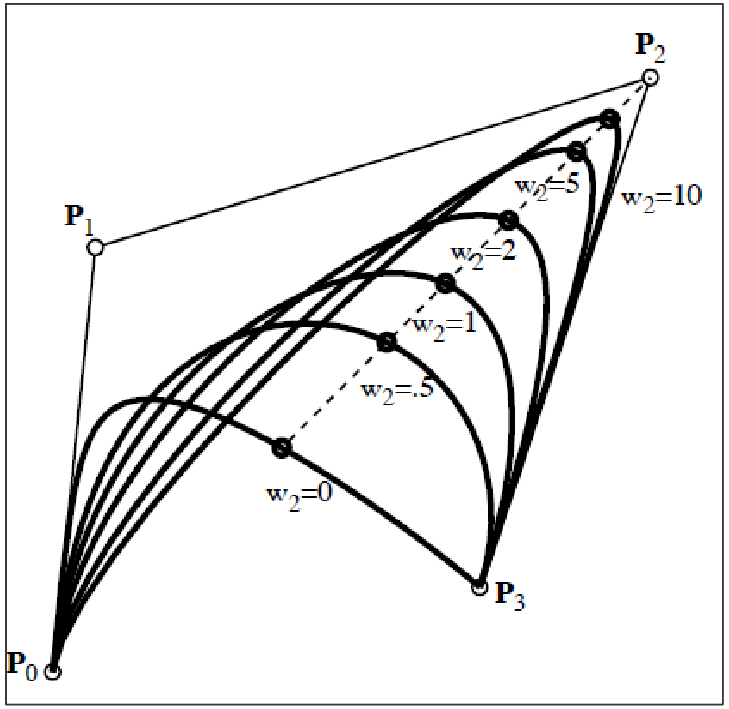
де $a(t), b(t), c(t)$ — поліноми.

$$a(t) = a_0(1-t) + a_1 t,$$

$$b(t) = b_0(1-t) + b_1 t,$$

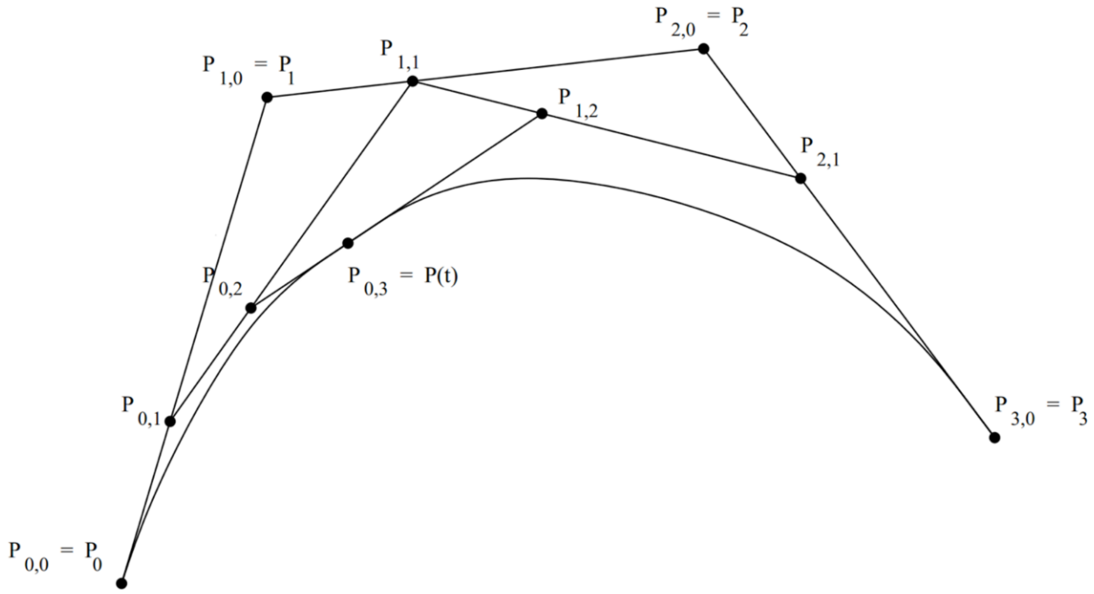
$$c(t) = c_0(1-t) + c_1 t,$$

де $a_0,\ a_1, b_0, b_1, c_0, c_1$ — деякі числа.



Рівняння для дробово-раціональної кривої другого порядку:

$$P(t)=\frac{w_0(t)\cdot(1-t)^2\cdot P_0(t)+2w_1(t)\cdot(1-t)t\cdot P_1(t)+w_2(t)\cdot t^2\cdot P_2(t)}{w_0(t)\cdot(1-t)^2+2w_1(t)\cdot(1-t)t+w_2(t)\cdot t^2}$$



$$y_1=\frac{2a_0b_0(x_1-x_0)}{a_0{}^2-b_0{}^2}+y_0,$$

$$w_2=\frac{w_0(x_1-x_0)\cdot[(a_0b_1+a_1b_0)(a_1{}^2-b_1{}^2)-2a_1b_1(a_0a_1-b_0b_1)]}{(a_0{}^2-b_0{}^2)\cdot[(a_0a_1-b_0b_1)(y_1-y_0)-(a_0b_1+a_1b_0)(x_1-x_0)]},$$

$$x_2=\frac{w_2x_1(a_0{}^2-b_0{}^2)+w_0(x_1-x_0)(a_1{}^2-b_1{}^2)}{w_2(a_0{}^2-b_0{}^2)},$$

$$w_1=\frac{2w_0a_1b_1(x_1-x_0)+w_2(y_1-y_0)(a_0{}^2-b_0{}^2)}{2(x_1-x_0)(a_0b_1+a_1b_0)},$$

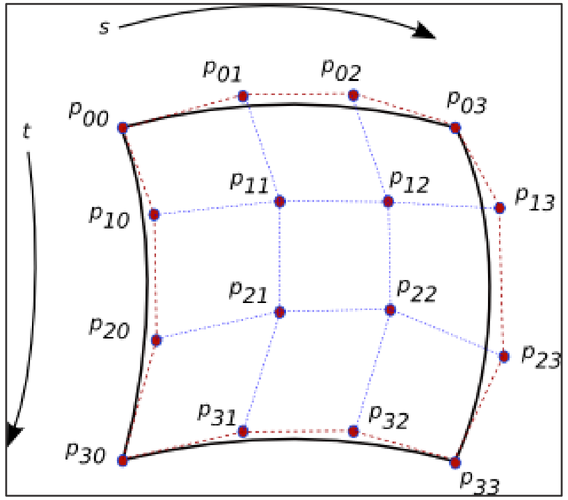
$$c_0=\frac{2w_0w_1(x_1-x_0)}{a_0{}^2-b_0{}^2},$$

$$y_2=\frac{a_1b_1c_0}{w_1w_2}+y_1$$

2.4. Моделювання порцій на основі PH-кривих

В загальному вигляді порція задається рівнянням: $r_i^n(t) = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} \cdot (1-t)^{n-i} \cdot t^i \cdot r_i(t),$

де $r_i(t)$ — криві Без'є за годографом Піфагора, $0 \le t \le 1$



Формулу біквадратної порції Безьє можна записати у наступному вигляді:

$$r(t) = r_0(1-t)^3 + 3r_1(1-t)^2 \cdot t + 3r_2(1-t) \cdot t^2 + r_3 \cdot t^3$$

$$r_0 = r_{00}(1-v)^3 + 3r_{01}(1-v)^2 v + 3r_{02}(1-v)v^2 + r_{03}v^3;$$

$$r_1 = r_{10}(1-v)^3 + 3r_{11}(1-v)^2 v + 3r_{12}(1-v)v^2 + r_{13}v^3;$$

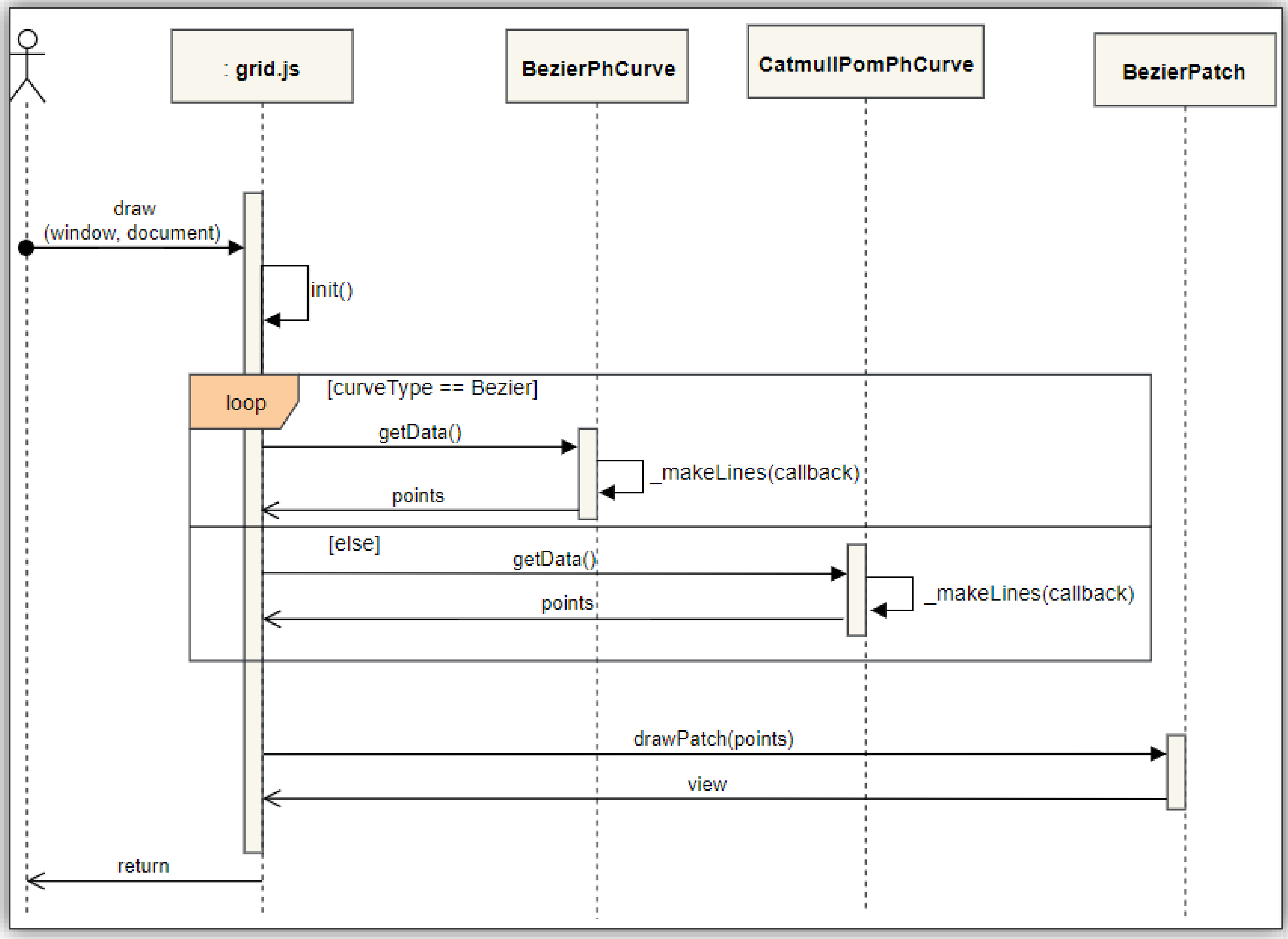
$$r_2 = r_{20}(1-v)^3 + 3r_{21}(1-v)^2 v + 3r_{22}(1-v)v^2 + r_{23}v^3;$$

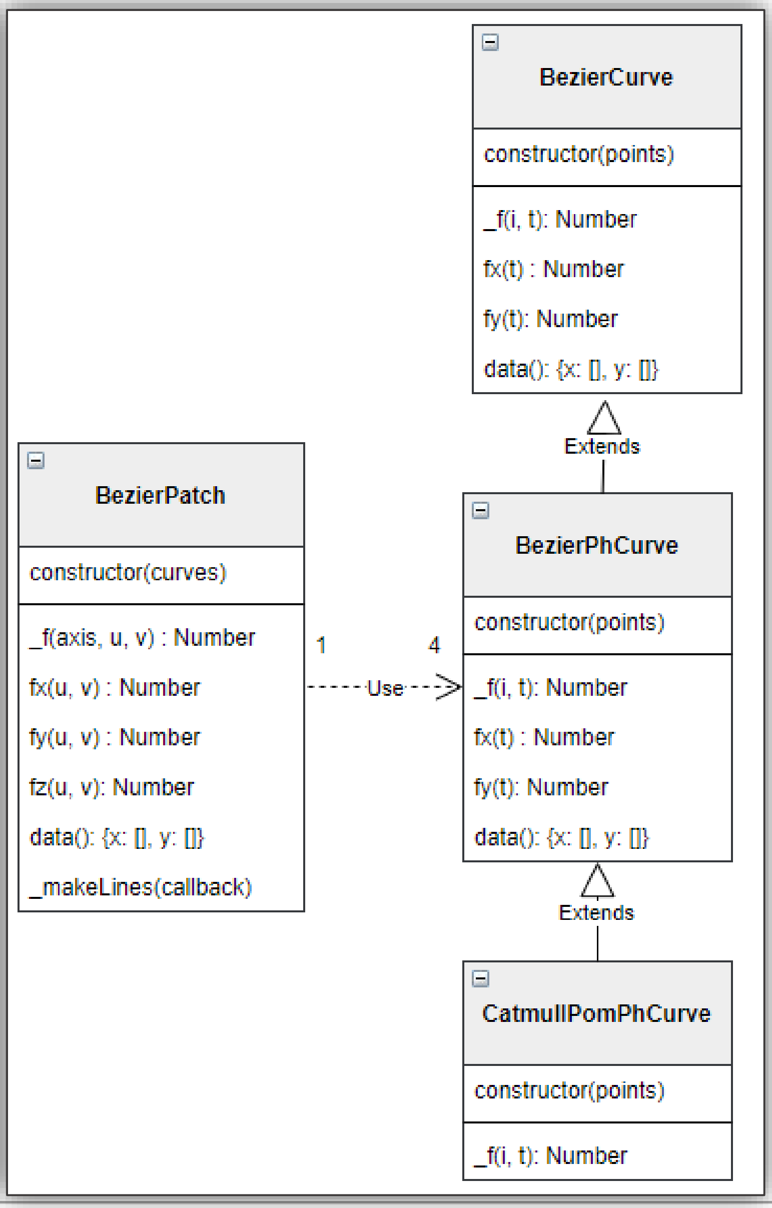
$$r_3 = r_{30}(1-v)^3 + 3r_{31}(1-v)^2 v + 3r_{32}(1-v)v^2 + r_{33}v^3.$$

3. РОЗРОБКА СИСТЕМИ МОДЕЛЮВАННЯ КРИВИХ ТА ПОВЕРХОНЬ НА ОСНОВІ PH-КРИВИХ

3.1. Вибір засобів реалізації системи

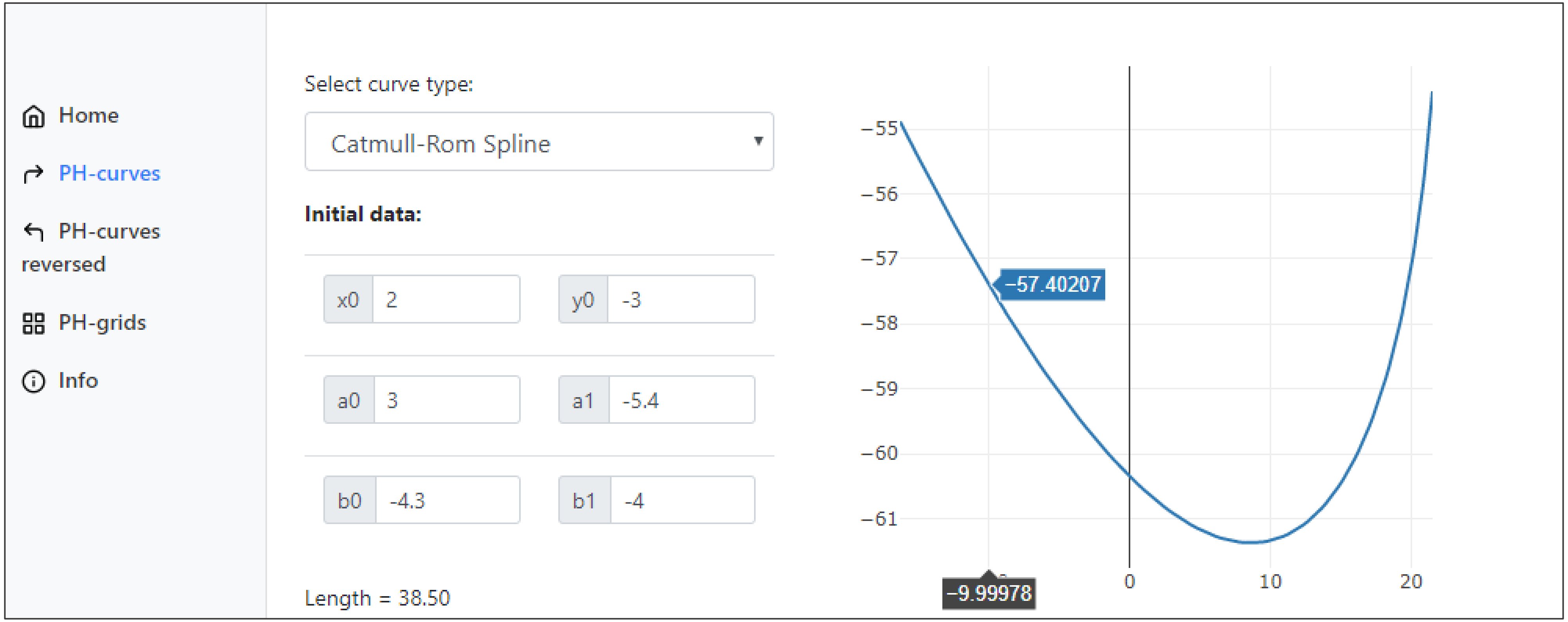
3.2. Опис програмної реалізації системи



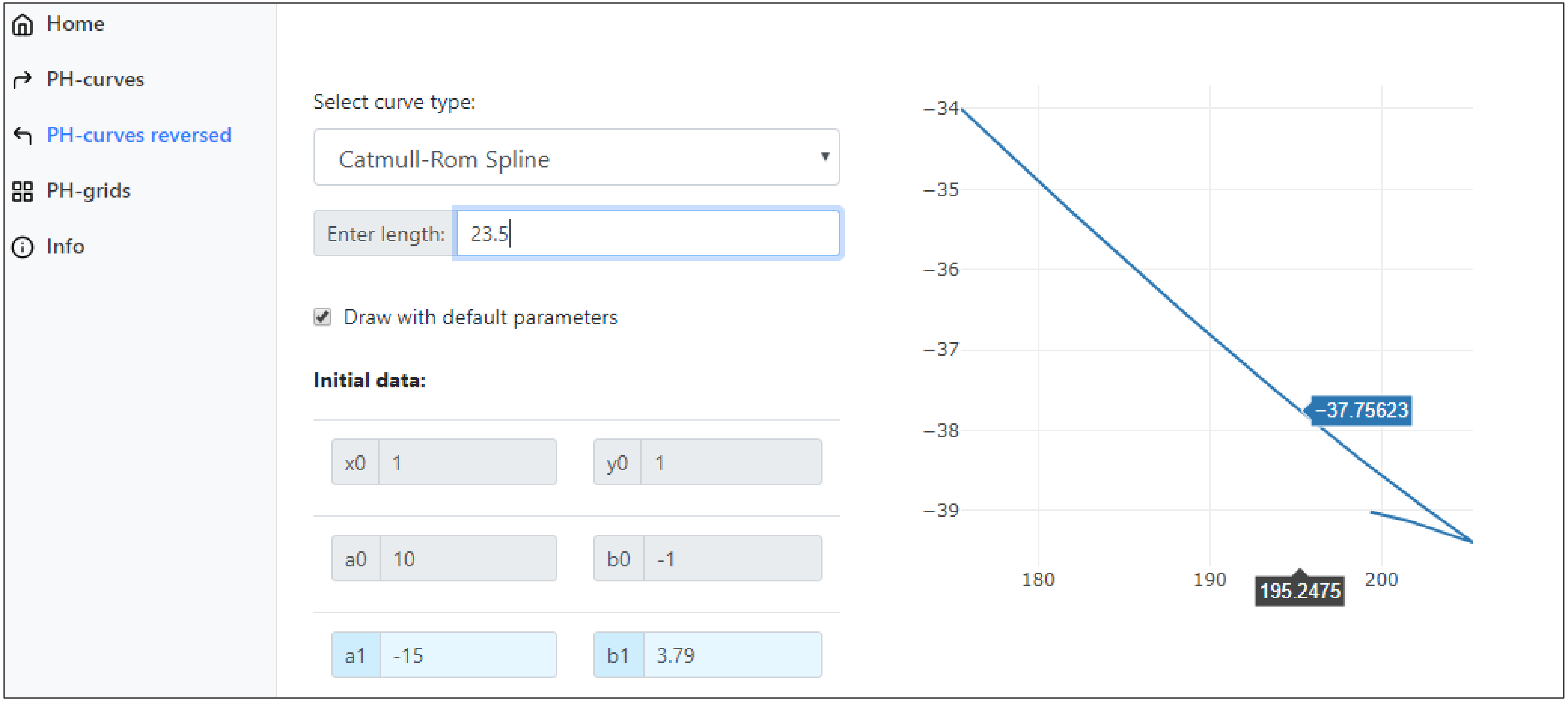


4. МЕТОДИКА РОБОТИ КОРИСТУВАЧА З ПРОГРАМНОЮ СИСТЕМОЮ

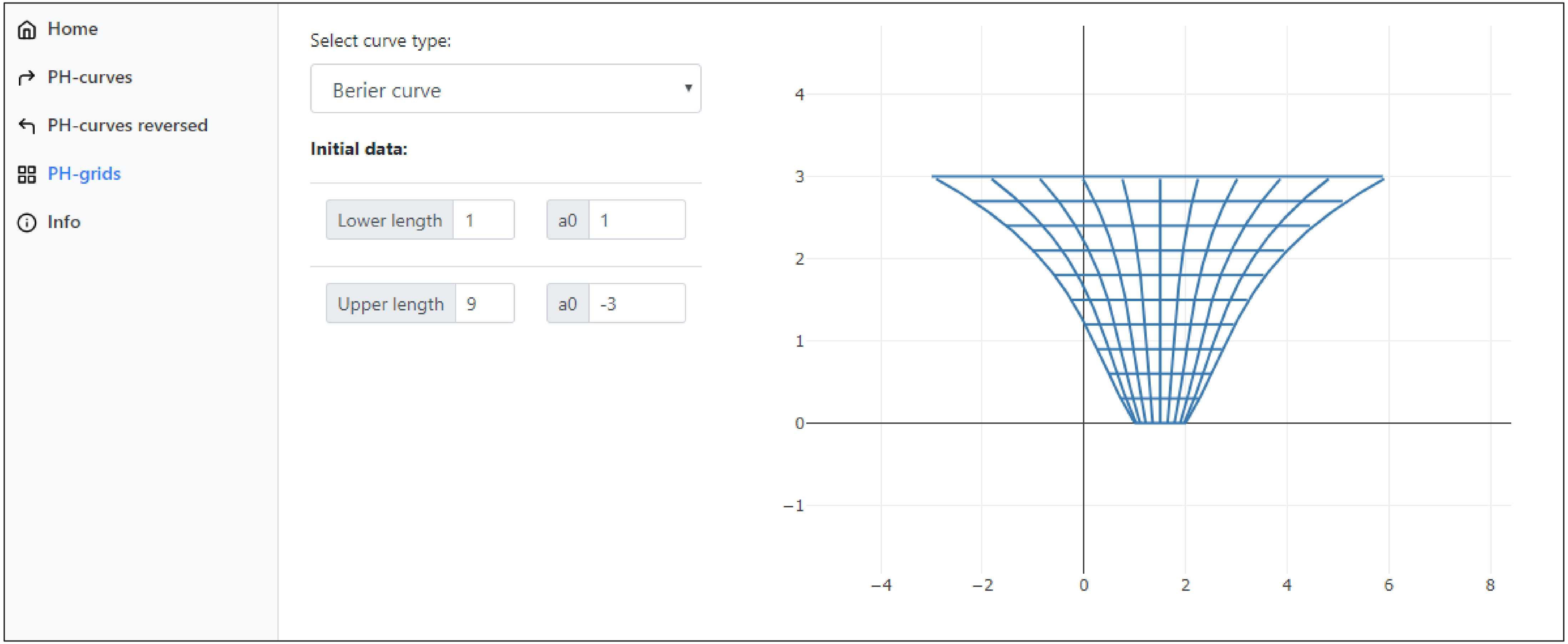
Пряме задання PH-кривої з точками каркасу з обчисленням довжини



Обернене задання PH-кривої з довжиною дуги



Формування ескізу на основі сітки Безьє з використанням PH-кривих зі сталою довжиною



Формування поверхні з використанням PH-кривих зі сталою довжиною

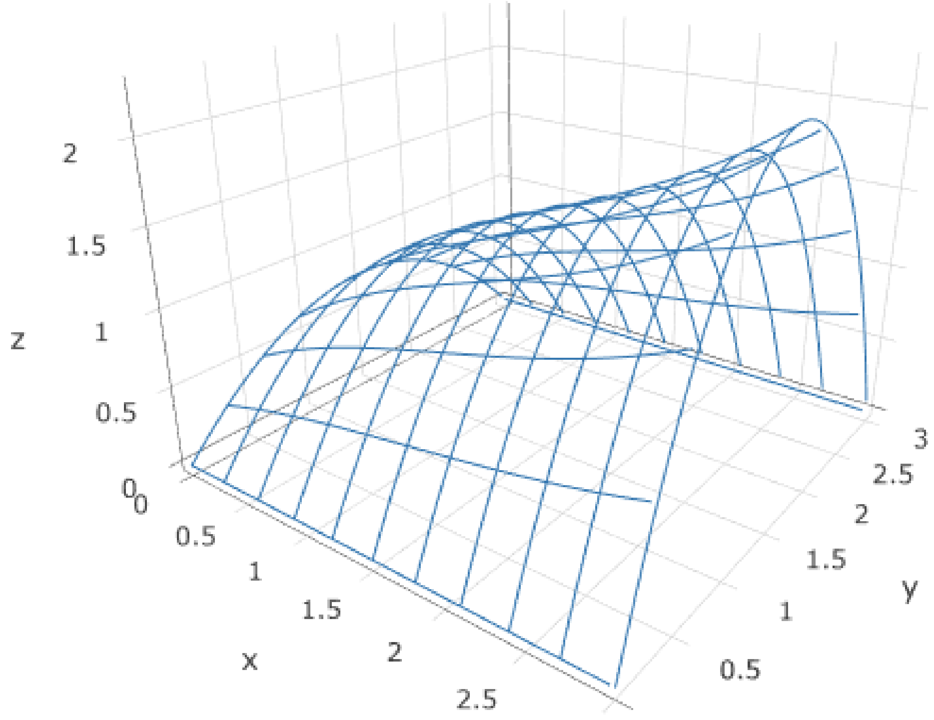
- Home
- PH-curves
- PH-curves reversed
- PH-surface
- Info

Select curve type:

Berier curve

Initial data:

Lower length	21.2	a0	-7
Upper length	20.7	a0	2



ВИСНОВКИ

При вирішенні поставлених задач отримані наступні результати:

1. На основі аналізу методів моделювання кривих та поверхонь було виявлено, що моделювати криві із заданою довжиною без числових методів можна лише на основі PH-кривих. Аналіз досліджень показав, що можливо знайти залежності для точкового каркасу кривої такі, щоб вона стала PH-кривою.
2. Аналіз програмних комплексів для моделювання кривих і поверхонь показав, що не існує програмних засобів, які дозволяють будувати криві та поверхні із заданою довжиною.
3. Аналіз побудови PH-кривих показав, що немає досліджень стосовно моделювання кривих із заданою довжиною на основі фундаментальних сплайнів та кривих у дробово-раціональному вигляді.
4. Удосконалено спосіб моделювання кривих Без'є за годографом Піфагора за рахунок виведення залежності для точкового каркасу PH-кривих, що забезпечує можливість моделювання кривих із заданою довжиною.
5. Удосконалено спосіб моделювання кривих на основі фундаментального сплайну, що призвело до можливості моделювання кривих із заданою довжиною.

6. Удосконалено метод для побудови бікубічної порції Без’є за рахунок застосування кривих із заданою довжиною.
7. Набуло подальшого розвитку використання методів геометричного моделювання для побудови поверхонь на основі кривих із заданою довжиною.
8. Проаналізовано та обрано засоби реалізації для створенні програмного забезпечення.
9. Спроектовано архітектуру системи моделювання кривих та поверхонь на основі PH-кривих.
10. Розроблено систему моделювання кривих та поверхонь за годографом Піфагора із заданням довжини дуги, що спрощує роботу спеціалістів з технічних конструкцій.
11. Розроблено бізнес-стартап проекту. Описана базова стратегія розвитку програмного продукту, стратегія конкурентної поведінки на ринку, розглянуто перспективи впровадження з огляду на потенційні групи користувачів програмного продукту.
12. Подальші дослідження можуть бути спрямовані на вивчення закономірностей залежності між кривими на основі ізотропних характеристик та годографом Піфагора

АПРОБАЦІЯ РЕЗУЛЬТАТІВ

Основні положення роботи доповідались і обговорювались на :

1. XV Міжнародній науково-практичній конференції аспірантів, магістрантів, студентів «Сучасні проблеми наукового забезпечення енергетики» (м. Київ, 25-28 квітня 2017 року).
2. XIX Міжнародній науково-практичної конференції «Сучасні проблеми геометричного моделювання» (м. Мелітополь, 6-9 червня 2017 року).
3. Науково-практичній конференції Всеукраїнського конкурсу студентських наукових робіт 2017/2018 навчального року зі спеціалізації «Прикладна геометрія, інженерна графіка та технічна естетика» (м. Харків, 16-20 квітня 2018 року).
4. XVI міжнародна науково-практична конференція аспірантів, магістрантів, студентів «Сучасні проблеми наукового забезпечення енергетики» (м. Київ, 26-27 квітня 2018 року).

ПУБЛІКАЦІЇ ПО ТЕМІ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Мельник О.В. Моделювання кривих за годографом Піфагора/ О.В. Мельник, Н.М. Аушева //Сучасні проблеми наукового забезпечення енергетики: Матеріали XV міжнародної науково-практичної конференції аспірантів, магістрантів і студентів, присвяченої 85 річчю теплоенергетичного факультету, м. Київ, 25-28 квітня 2017р. у 2 т.- КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2017.- Том.2.- С. 77.

2. Аушева Н. М. Геометричне моделювання об'єктів на основі метричних характеристик / Н.М. Аушева, О.В. Мельник, В.В.Гомов // Тези доповідей 19 міжнародної науково-практичної конференції «Сучасні проблеми геометричного моделювання», 6-9 червня 2017 р. - Мелітополь: Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2017. –С. 5-6.

3. Аушева Н. М. Моделювання PH-кривих у вигляді фундаментального сплайну / Н.М. Аушева, О.В. Мельник, В.В. Гомов // Сучасні проблеми моделювання: зб. наук. праць / МДПУ ім. Б. Хмельницького; гол. ред. кол. А.В.Найдиш. - Мелітополь: Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2017. – Вип.8.- С.20-25.

4. Мельник О.В. Формування сіток за годографом Піфагора/ О.В. Мельник, Н.М. Аушева //Сучасні проблеми наукового забезпечення енергетики: Матеріали XVI міжнародної науково-практичної конференції аспірантів, магістрантів і студентів, присвяченої 85 річчю теплоенергетичного факультету, м. Київ, 24-27 квітня 2018р. у 2 т.- КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018.- Том.2.- С. 77.

ДИПЛОМ

Нагороджується
дипломом

МЕЛЬНИК Ольга Вікторівна,

*студентка 6 курсу
теплоенергетичного факультету
Національного технічного університету України
«Київський політехнічний інститут
імені Ігоря Сікорського»,
учасниця II туру Всеукраїнського конкурсу
студентських наукових робіт 2017/2018 навчального року
зі спеціалізації «Прикладна геометрія,
інженерна графіка та технічна естетика»
за роботу «Моделювання PH-кривих
за годографом Піфагора»
(науковий керівник – д.т.н., доцент АУШЕВА
Наталія Миколаївна, професор кафедри автоматизації
проектування енергетичних процесів і систем)*

Голова галузевої конкурсної комісії,
проректор з наукової роботи
Національного технічного університету
«Харківський політехнічний інститут»,
д.т.н., професор

А. П. Марченко

Харків
НТУ «ХПІ»
2018 р.