

Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут”
Теплоенергетичний факультет

Конструювання порцій поверхонь на основі ізотропної геометрії

Плакса Вадим Сергійович

Керівник - проф., д.т.н. Аушева Н.М.

Мета дослідження: Створення системи керування складними геометричними об'єктами побудованими на основі ізотропної геометрії.

Об'єктом дослідження є комп'ютерні технології ізотропної геометрії.

Предмет дослідження – комп'ютерне моделювання об'єктів на основі ізотропної геометрії.

Завдання дослідження

- проаналізувати основні способи представлення кривих та поверхонь на основі ізотропних характеристик;
- проаналізувати алгоритми моделювання ізотропних кривих та поверхонь;
- удосконалити метод побудови ізотропних поверхонь;
- розробити алгоритми візуалізації ізотропних поверхонь;
- здійснити програмну реалізацію розроблених алгоритмів та методів.

Наукова новизна одержаних результатів

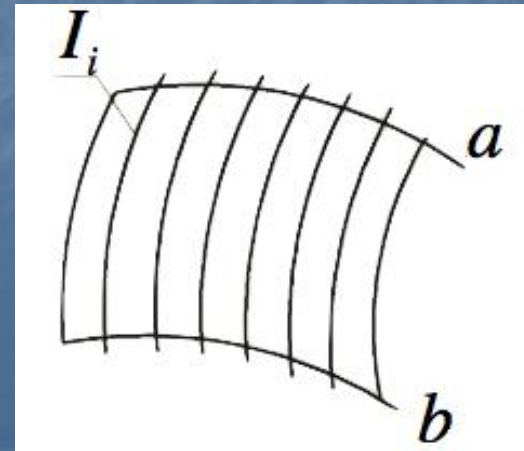
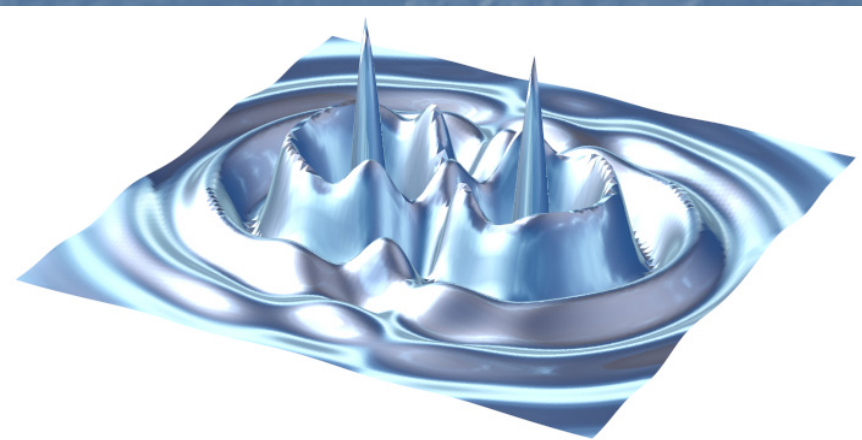
- удосконалено алгоритм побудови поверхонь шляхом застосування ізотропних кривих, що дозволило моделювати порції поверхонь зі спеціальними властивостями;
- набуло подальшого розвитку застосування методів побудови ізотропних кривих для моделювання мінімальних поверхонь.

Розділ 1. Задача геометричного моделювання ізотропних поверхонь

Способи моделювання поверхонь

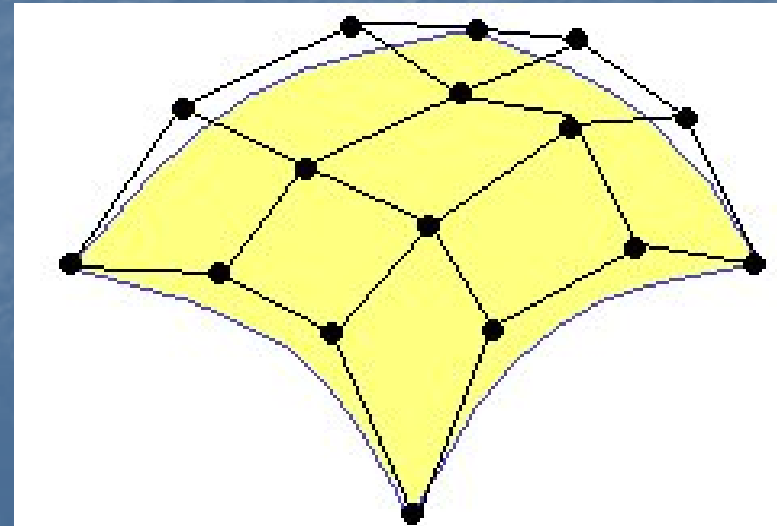
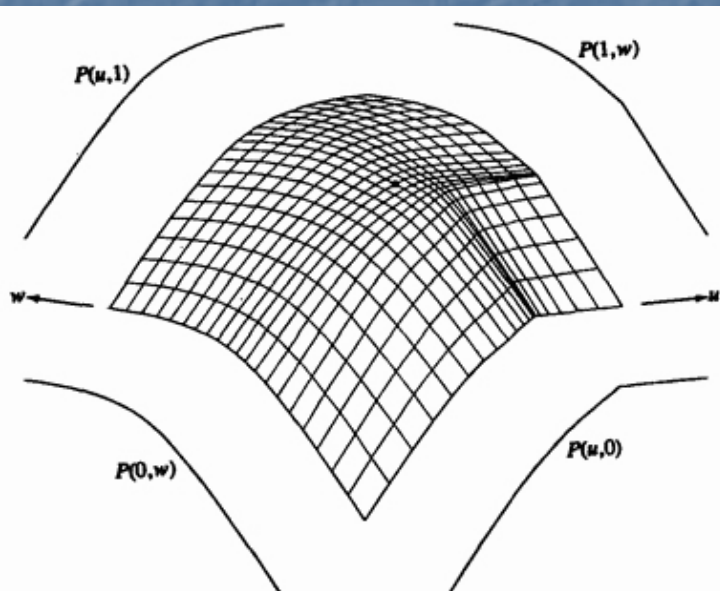
Існують три способи завдання кривих поверхонь:

- аналітичний – за допомогою рівнянь;
- за допомогою каркаса;
- кінематичний, тобто переміщенням ліній в просторі.



Методи моделювання поверхонь

- Поверхні другого порядку
- Поверхні Кунса
- Поверхні Без'є
- В-сплайн поверхні



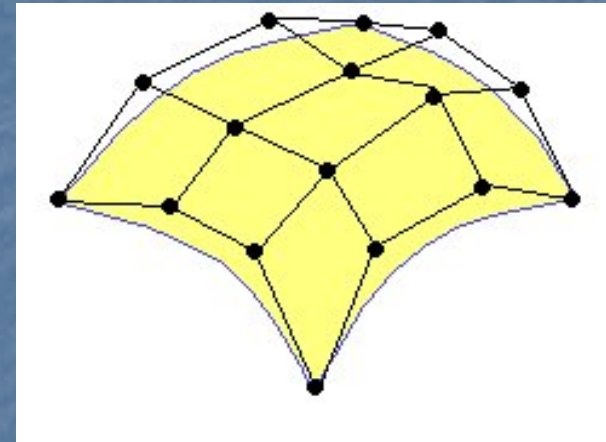
Поверхня Без'є

Поверхня Без'є порядку (n,m) задається $(n+1)$ та $(m+1)$ контрольними точками $P_{i,j}$. Точки поверхні розраховуються за наступним рівнянням:

$$r(u,v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m B_i^n(u) \cdot B_j^m(v) \cdot P_{i,j},$$

де $u, v \in (0, 1)$, $P_{i,j}$ – точка характеристичного багатокутника з комплексними координатами,
а B – багаточлени Бернштейна:

$$B_i^n(u) = \binom{n}{i} \cdot u^i \cdot (1-u)^{n-i} = \frac{n!}{i!(n-i)!} \cdot u^i \cdot (1-u)^{n-i}.$$



Перша квадратична форма поверхні

Перша квадратична форма поверхні має вигляд:

$$dS^2 = Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2,$$

де dS – лінійний елемент поверхні,

$$E = \left(\frac{\partial X}{\partial u} \right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial u} \right)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial u} \right)^2, \quad F = \frac{\partial X}{\partial u} \cdot \frac{\partial X}{\partial v} + \frac{\partial Y}{\partial u} \cdot \frac{\partial Y}{\partial v} + \frac{\partial Z}{\partial u} \cdot \frac{\partial Z}{\partial v},$$

$$G = \left(\frac{\partial X}{\partial v} \right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial v} \right)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial v} \right)^2.$$

Друга квадратична форма поверхні

Друга квадратична форма поверхні має вигляд:

$$dr \cdot dn = Ldu^2 + 2Mdudv + Ndv^2$$

де r – радіус вектор точки, n – одиничний вектор нормалі,

$$L = \frac{\begin{vmatrix} x'_u & y'_u & z'_u \\ x'_v & y'_v & z'_v \\ x''_{uu} & y''_{uu} & z''_{uu} \end{vmatrix}}{\sqrt{EG - F^2}}, \quad M = \frac{\begin{vmatrix} x'_u & y'_u & z'_u \\ x'_v & y'_v & z'_v \\ x''_{uv} & y''_{uv} & z''_{uv} \end{vmatrix}}{\sqrt{EG - F^2}}, \quad N = \frac{\begin{vmatrix} x'_u & y'_u & z'_u \\ x'_v & y'_v & z'_v \\ x''_{vv} & y''_{vv} & z''_{vv} \end{vmatrix}}{\sqrt{EG - F^2}}.$$

Мінімальні поверхні

Мінімальна поверхня – це поверхня середня кривизна якої H дорівнює нулю.

$$H = \frac{1}{2} \cdot \frac{LG - 2MF + NE}{EG - F^2} = 0,$$

де F, E, G – коефіцієнти першої квадратичної форми, L, M, N – коефіцієнти другої квадратичної форми.

Розділ 2. Побудова ізотропних поверхонь

Мінімальна поверхня Без'є

На основі ізотропної кривої Без'є 3-го порядку

$$r(t) = (1-t)^3 r_0 + 3t(1-t)^2 r_1 + 3t^2(1-t) r_2 + t^3 r_3$$

та заміни $t = u + iv$.

$$r(u + iv) = \operatorname{Re}[r_0(1-u-iv)^3 + 3r_1(1-u-iv)^2(u+iv) + 3r_2(1-u-iv)(u+iv)^2 + r_3(u+iv)^3],$$

$$\sum_{r=x,y,z} (r_{j+1} - r_j)^2 = 0,$$

$$z_1 = z_0,$$

$$y_3 = \frac{-2(z_2 - z_1)^2 - (y_1 - y_0)(x_3 - x_2)}{(y_1 - y_0)} + y_2,$$

$$x_3 = \frac{-(z_2 - z_1)^2 - (y_2 - y_1)^2}{(x_2 - x_1)} + x_2, \quad z_3 = \frac{2(y_2 - y_1)(z_2 - z_1)}{(y_1 - y_0)} + z_2.$$

Мінімальна бікубічна порція Без'є

$$r_{1;0} = r_{\text{Im}0} - r_{\text{Im}1} + r_{\text{Re}0}$$

$$r_{2;0} = -2r_{\text{Im}1} + 2r_{\text{Im}0} + 2r_{\text{Re}1} - r_{\text{Re}2}$$

$$r_{3;0} = 2r_{\text{Im}0} - 2r_{\text{Re}0} + 6r_{\text{Re}1} - 3r_{\text{Re}2} - 3r_{\text{Im}2} + r_{\text{Im}3}$$

$$r_{1;3} = -2r_{\text{Im}1} + r_{\text{Im}2} - r_{\text{Im}3} + r_{\text{Re}3}$$

$$r_{2;3} = -4r_{\text{Im}1} - r_{\text{Re}1} + 2r_{\text{Im}2} + 2r_{\text{Re}2} - 2r_{\text{Im}3}$$

$$r_{3;3} = -r_{\text{Im}0} - 3r_{\text{Im}1} - 3r_{\text{Re}1} + 6r_{\text{Re}2} - 2r_{\text{Re}3} - 2r_{\text{Im}3}$$

$$r_{3;1} = -2r_{\text{Re}0} + 2r_{\text{Im}1} + 4r_{\text{Re}1} - 5r_{\text{Im}2}$$

$$r_{3;3} = -r_{\text{Im}0} - 3r_{\text{Im}1} - 3r_{\text{Re}1} + 6r_{\text{Re}2} - 2r_{\text{Re}3} - 2r_{\text{Im}3}$$

$$r_{1;1} = (r_{\text{Im}0} - r_{\text{Im}1} - 2r_{\text{Im}2} + 3r_{\text{Re}1})/3$$

$$r_{1;2} = (-2r_{\text{Im}1} - r_{\text{Im}2} - r_{\text{Im}3} + 3r_{\text{Re}2})/3$$

$$r_{2;1} = (2r_{\text{Im}0} - 2r_{\text{Im}1} - 4r_{\text{Im}2} - 3r_{\text{Im}3} - 2r_{\text{Re}0} + 6r_{\text{Re}1} + 2r_{\text{Re}3})/3$$

$$r_{2;2} = -(4r_{\text{Im}1} + 2r_{\text{Im}2} + 2r_{\text{Im}3} + r_{\text{Re}0} - 6r_{\text{Re}2} + 2r_{\text{Re}3})/3$$

$$r_{0;0} = r_{\text{Re}0}$$

$$r_{0;1} = r_{\text{Re}1}$$

$$r_{0;2} = r_{\text{Re}2}$$

$$r_{0;3} = r_{\text{Re}3}$$

Розділ 3. Огляд методів реалізації програмної системи

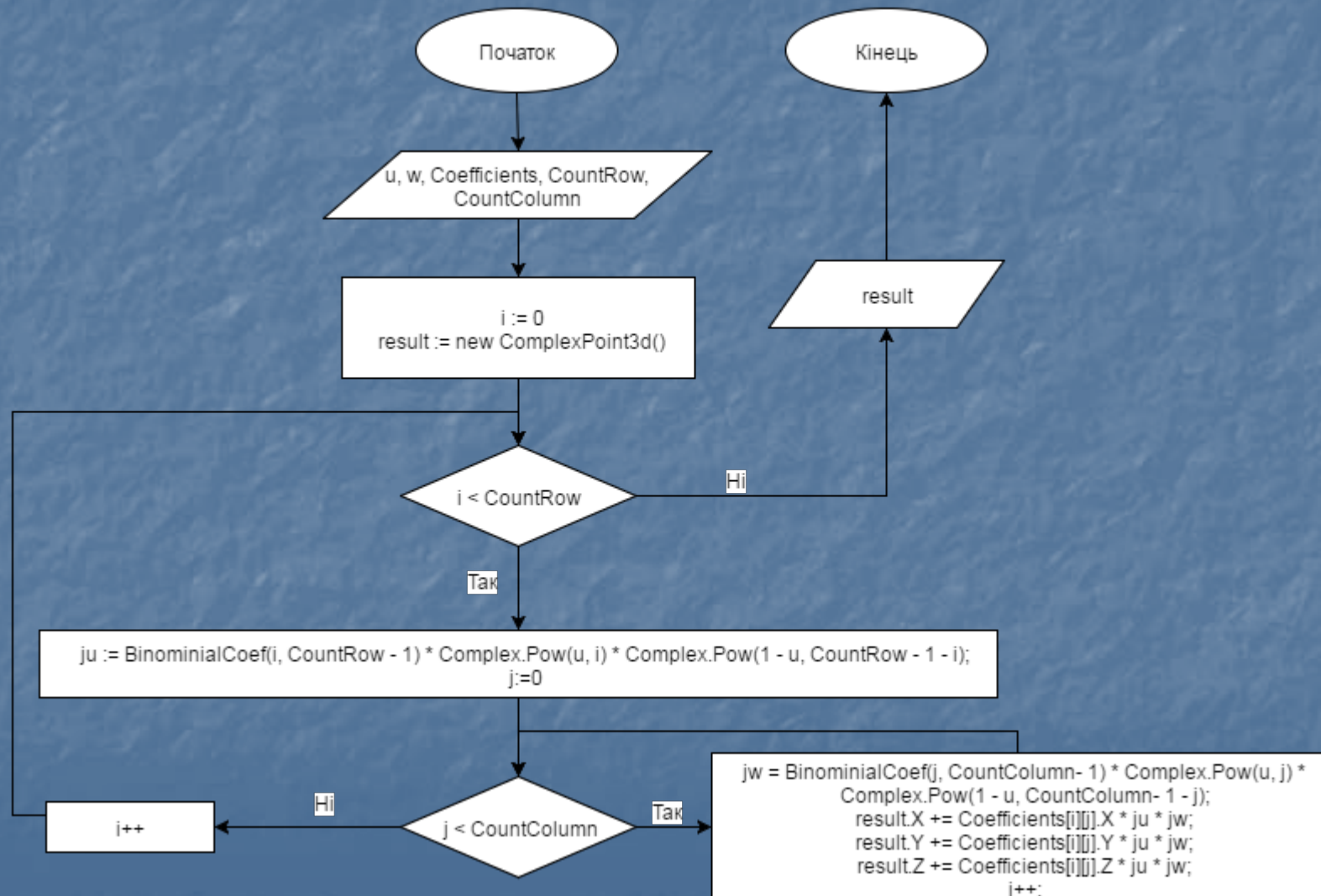
Засоби розробки програмного забезпечення

- Мова програмування C#
- Мова програмування JavaScript
- Фреймворк AngularJS
- Фреймворк ThreeJS

Архітектура програмного комплексу



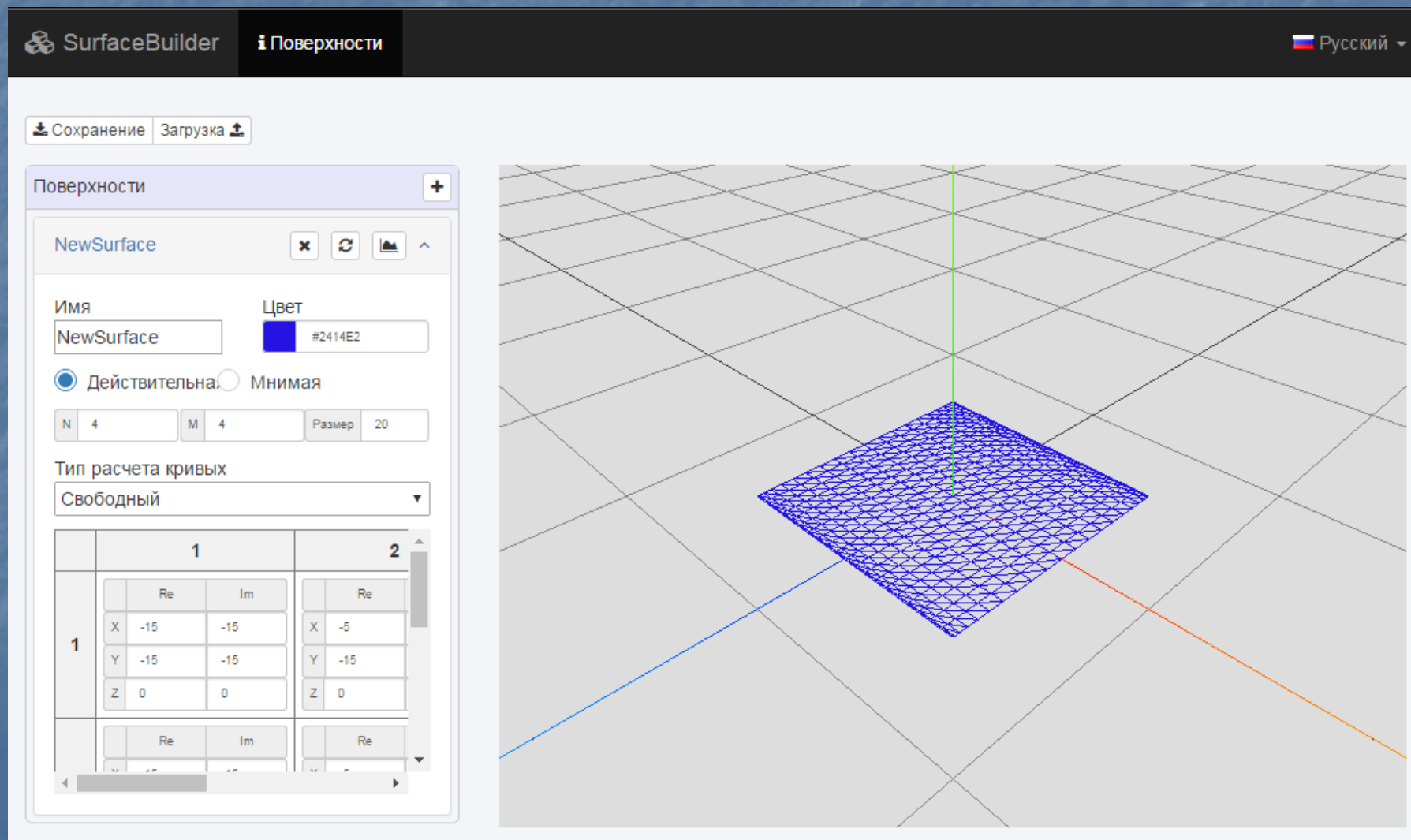
Алгоритм розрахунку поверхні Без'є



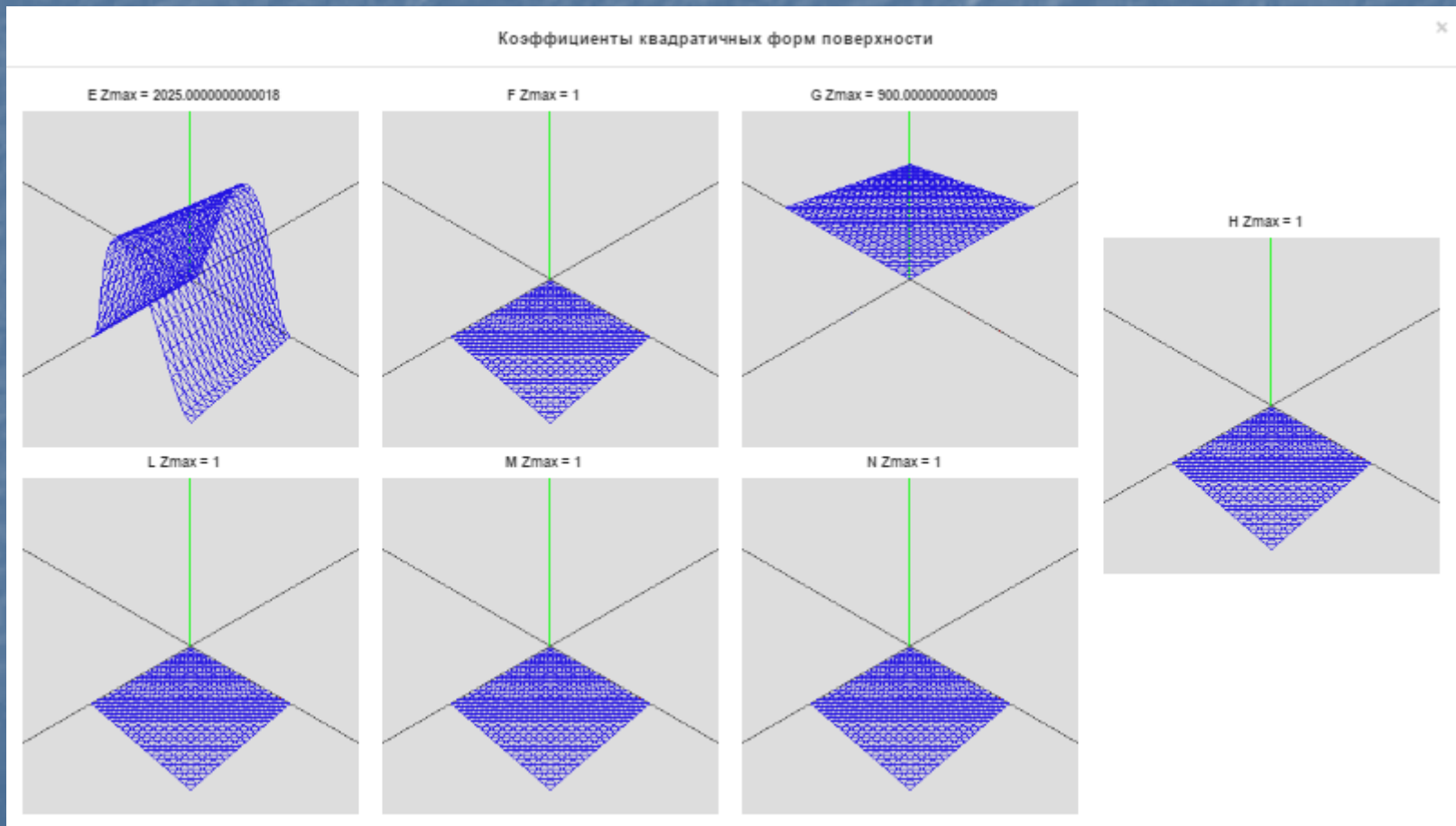
Функціональні можливості

- Побудова складних геометричних об'єктів на основі порцій Без'є.
- Побудова коефіцієнтів першої та другої квадратичних форм поверхні.
- Налаштовування зовнішнього вигляду поверхонь.
- Зміна мови інтерфейсу.
- Збереження побудованих поверхонь у файл.
- Завантаження поверхонь з файлу.

Интерфейс web-додатку



Візуалізація коефіцієнтів квадратичних форм поверхні



Висновки

В результаті роботи над магістерською дисертацією було проведено аналіз моделювання об'єктів, в результаті якого було виявлено, що існують специфічні поверхні з цікавими специфічними властивостями. В результаті досліджень було виявлено, що такі поверхні носять ізометричний характер і для їх моделювання необхідно вдосконалювати та застосовувати комп'ютерні технології ізотропної геометрії.

На основі аналізу предметної області, та визначення мети роботи, були сформульовані завдання досліджень:

- проаналізувати основні способи представлення кривих та поверхонь на основі ізотропних характеристик;
- проаналізувати алгоритми моделювання ізотропних кривих та поверхонь;
- розробити алгоритми візуалізації ізотропних поверхонь;
- здійснити програмну реалізацію розроблених алгоритмів та методів.

Висновки

Для покращення процесу моделювання ізотропних об'єктів, було розроблено нові підходи, що склали наукову новизну роботи:

- удосконалено алгоритм побудови поверхонь шляхом застосування ізотропних кривих, що дозволило моделювати порції зі спеціальними властивостями;
- набуло подальшого розвитку застосування методів побудови ізотропних кривих для моделювання мінімальних поверхонь.

На основі запропонованих алгоритмів моделювання та побудови поверхонь, був розроблений програмний додаток, який по швидкодії, зручності користування та вірогідності отриманих результатів перевершує існуючі аналоги.

Створений програмний додаток значно спрощує процес моделювання поверхонь, що пов'язані з ізотропними характеристиками поверхонь.

Розроблений програмний продукт може бути використаний, наприклад, в організаціях та установах, пов'язаних з архітектурною діяльністю.

Публікація:

Плакса В. С. Конструювання порцій поверхонь методом ізотропної геометрії / В. С. Плакса., Н. М. Аушева // Сучасні аспекти розробки програмного забезпечення: Збірник наукових праць II науково-практичної дистанційної конференції молодих вчених і фахівців з розробки програмного забезпечення, 15 квітня 2016 р. – Черкаси: видавець Чабаненко Ю.

Апробації:

XII міжнародна науково-практична конференція аспірантів, магістрантів і студентів «Сучасні проблеми наукового забезпечення енергетики», м. Київ, 22 - 25 квітня 2014р.

Всеукраїнський конкурс студентських наукових робіт з природних, технічних і гуманітарних наук 2014/2015 навчального року в галузі «Прикладна геометрія, інженерна графіка та ергономіка», м. Харків, 23 - 27 березень 2015. (диплом першого ступеня)

XIV міжнародна науково-практична конференція аспірантів, магістрантів і студентів «Сучасні проблеми наукового забезпечення енергетики», м. Київ, 19 - 26 квітня 2016 року.

Дякую за увагу