

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
"КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ"**

Організація паралельних обчислень для розв'язання обернених задач методом регуляризації Тихонова

Студент групи ТВ-41м

Папка Олександр

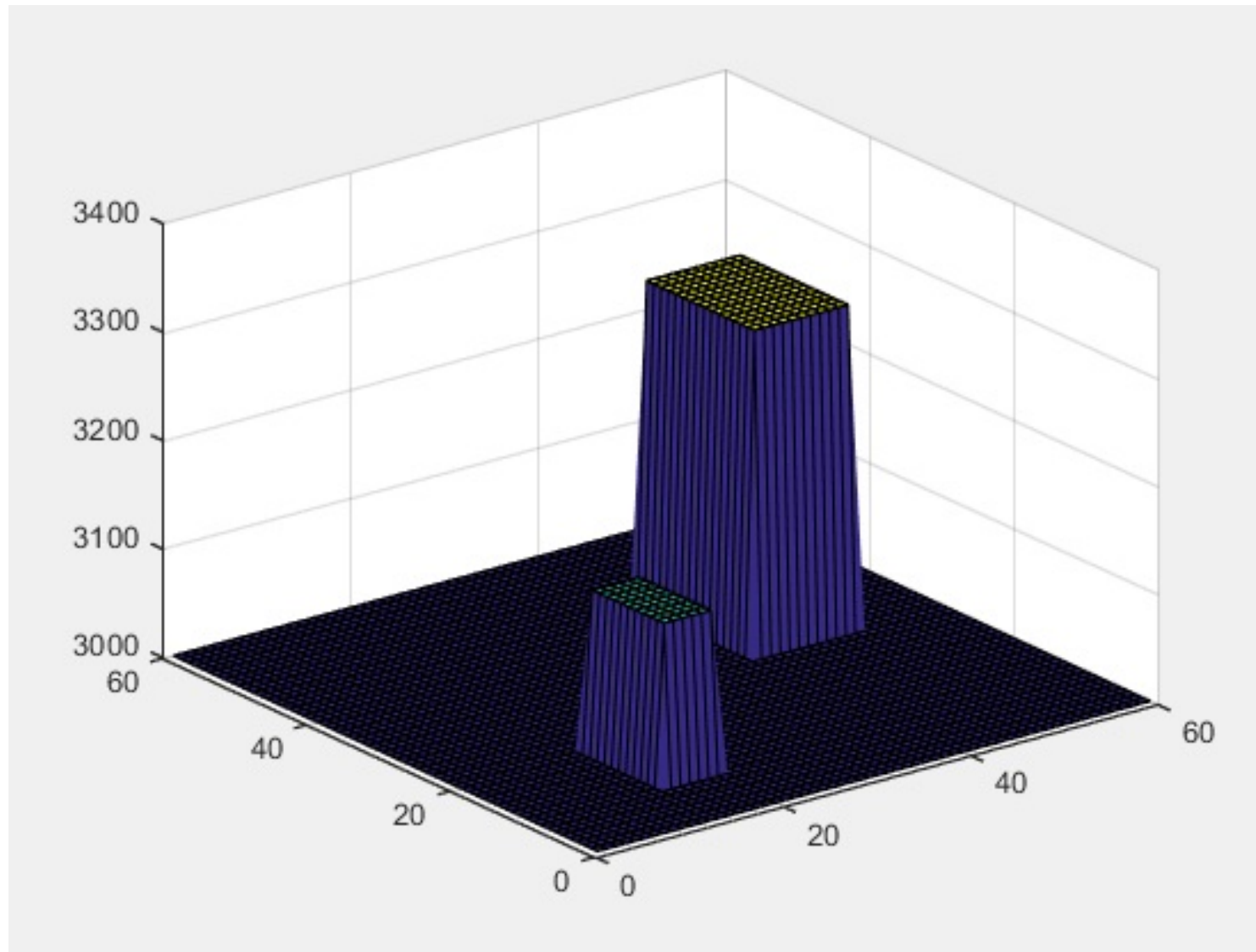
Керівник: Карпенко Є.Ю.

Київ – 2016

Тема: Організація паралельних обчислень для розв'язання обернених задач методом регуляризації Тихонова.

Мета: вдосконалення існуючих способів розв'язання обернених задач, що формулюються у вигляді СЛАР, а саме застосуванні методу регуляризації Тихонова і створення на їх основі комплексу паралельних прикладних програмних засобів, призначених для використання на сучасних багатопроцесорних комп'ютерних системах.

Прикладна задача томографії ґрунту



Обернена задача

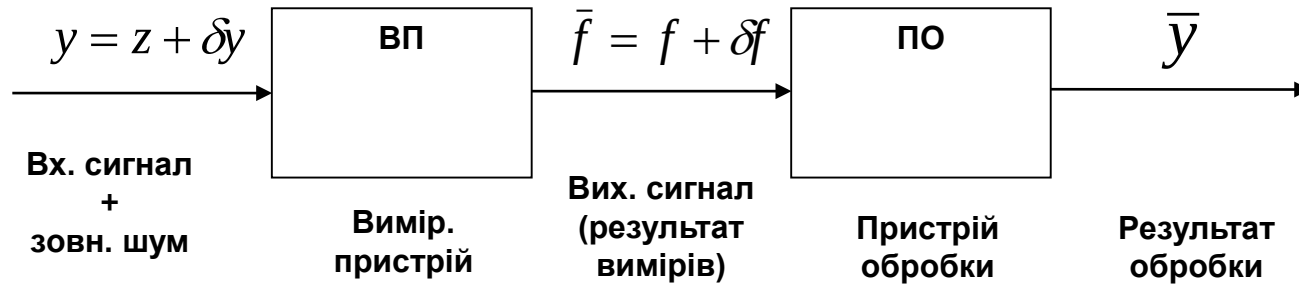


Рис. 1. Технічна схема

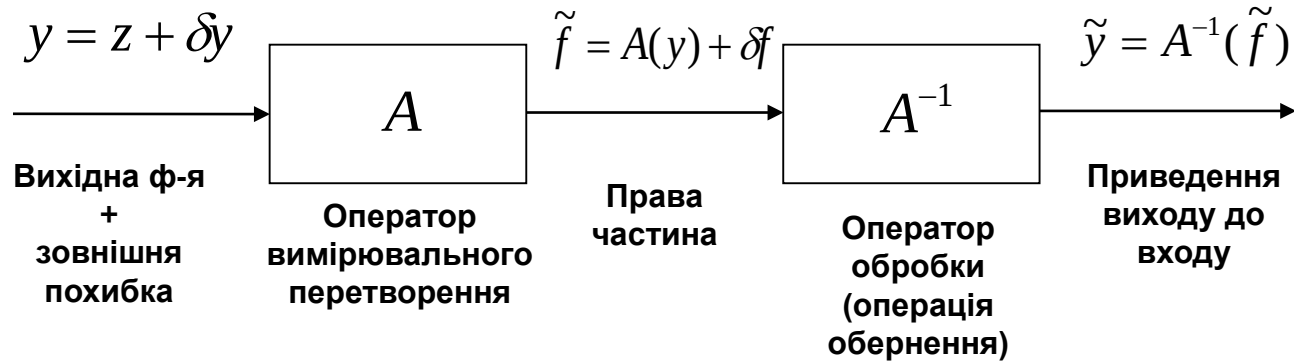


Рис. 2. Математична схема

Обернена задача

Вимоги до коректно поставленої задачі:

- 1. Існування розв'язку.** Задача повинна мати розв'язок (задача яка має розв'язок не представляє інтересу як математична модель).
- 2. Єдиність розв'язку.** Не повинно існувати декілька розв'язків задачі.
- 3. Неперервна залежність від вхідних даних.** Розв'язок задачі повинен мало змінюватись при малій зміні вхідних даних.

Метод регуляризації Тихонова

Маємо рівняння:

$$Ay = f, \quad y, f \in L_2$$

Задача умовної мінімізації (функціонал Тихонова):

$$\|Ay - f\|_{L_2}^2 + \alpha \|y\|_{L_2}^2 = \min_y$$

Отримуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$y_\alpha = (\alpha E + A^* A)^{-1} A^* f$$

Вибір параметру регуляризації

В узагальненому принципі нев'язки(УПН) розглядають наступні функції:

$$\beta(\alpha) = \left\| \tilde{A}y_\alpha - \tilde{f} \right\|_F^2,$$

$$\gamma(\alpha) = \left\| y_\alpha \right\|_F^2,$$

А також функцію:

$$\chi(\alpha) = \beta(\alpha) - (\delta + \xi \sqrt{\gamma(\alpha)})^2 - \mu$$

Паралельна реалізація УПН

Обчислення $y_{\alpha_i}, \beta(\alpha_i), \|y_{\alpha_i}\|$ для різних параметрів α за законом:

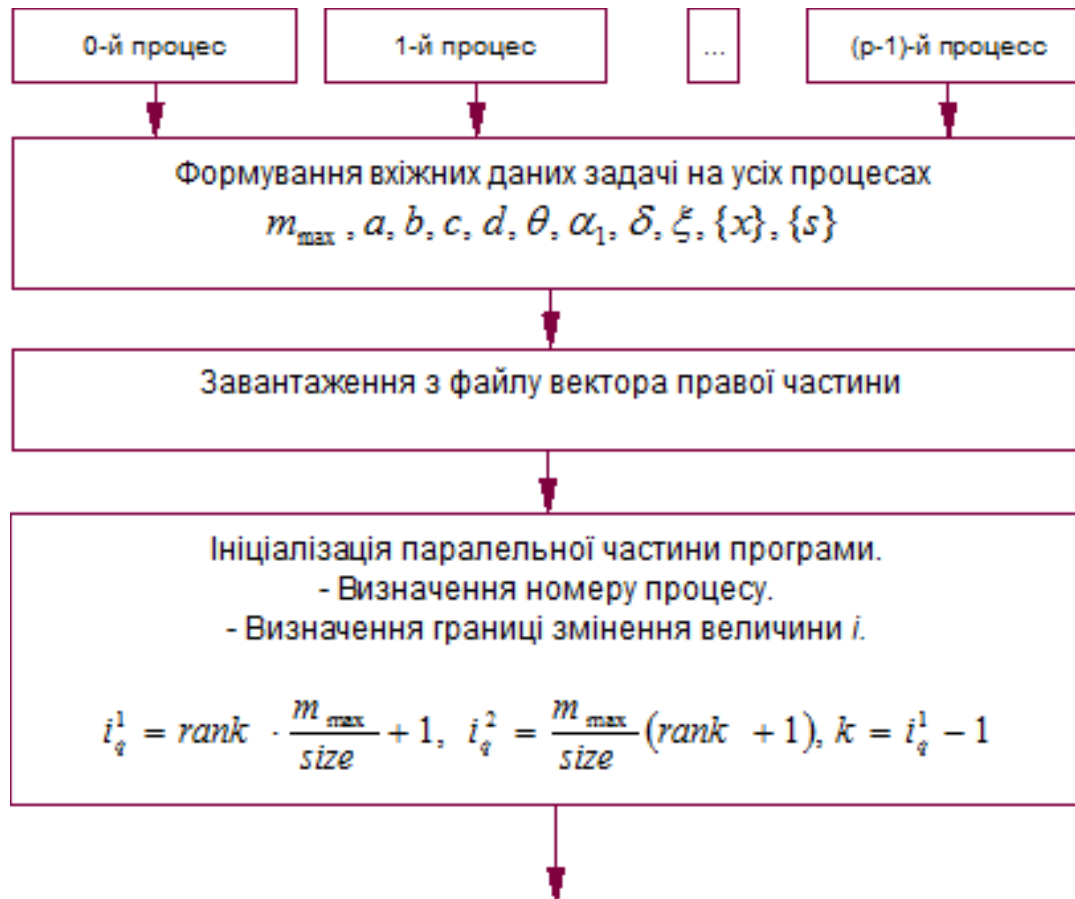
$$\alpha_1 > 0, \alpha_i = \theta^i \alpha_1, i = 2, 3, \dots, m_{\max}, 0 < \theta < 1$$

Таким чином, якщо в паралельному алгоритмі бере участь p процесів, то можна визначити границі зміни величини i для q -го ($q = 0, p-1$) процесу

$$i_q^1 = q \cdot \frac{m_{\max}}{p} + 1,$$

$$i_q^2 = \frac{m_{\max}}{p} (q + 1).$$

Паралельний алгоритм методу регуляризації Тихонова



Паралельний алгоритм методу регуляризації Тихонова



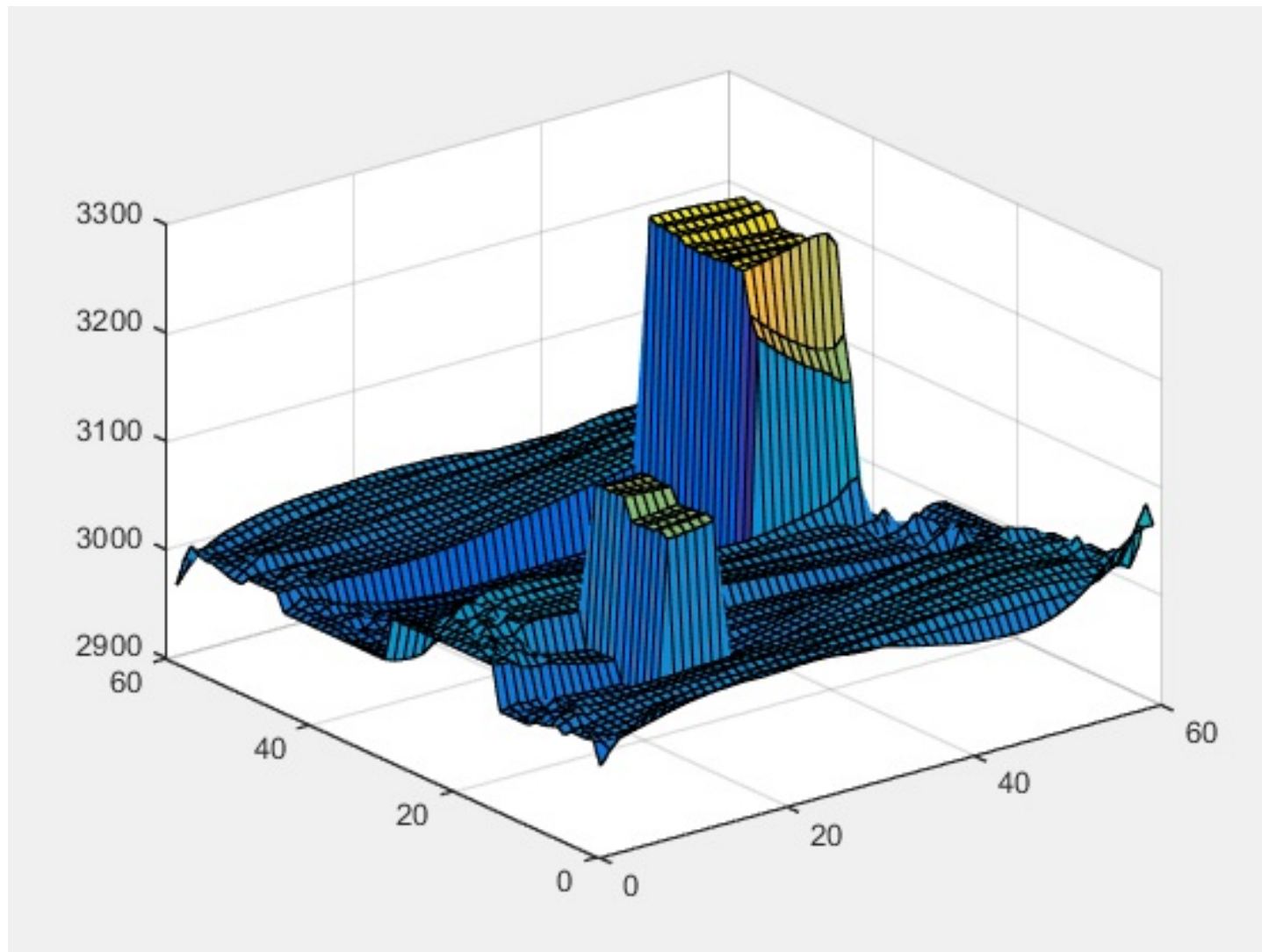
Знаходження розв'язку оберненої задачі

Количество процессов	Узел кластера и количество запущенных на нем процессов	Время работы програм мы, с	Коэф. ускорения
1	K2-1	106.56	1
2	K1-1 K2-1	57.30	1.86
3	K1-2 K2-1	45.70	2.33
5	K0-3 K1-1 K2-1	19.48	5.47
6	K0-4 K1-1 K2-1	16.60	6.42

$$m_{\max} = 1000,$$

$$\theta = 99e - 2.$$

Досліджена область



Дякую за увагу!